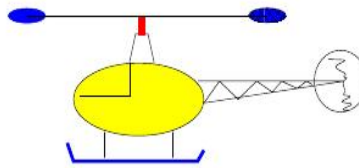


Auxiliar Unidad 7A

17 de noviembre de 2008

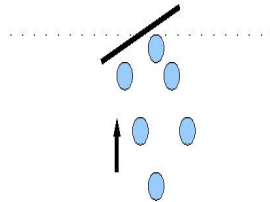
Problema 1

Para efectos de una estimación sencilla, considere las aspas de un helicóptero formadas por dos placas circunferenciales de aproximadamente 1 m^2 cada una, ubicadas a 5 m del eje. las placas mantienen un ángulo de inclinación entre 25 y 30 grados con la horizontal. Estime el período de rotación de la hélice a fin de que con su rotación se pueda levantar el helicóptero de 500 kg de masa.



Solución

El siguiente esquema representa el efecto de la hélice en el aire:



El aspa golpea las moléculas de aire y, por acción-reacción, las moléculas le imprimen una fuerza al helicóptero.

Sabemos que la fuerza colisional es:

$$\vec{F}_{col} = 2\rho A v^2 \cos(\phi)^2 = 2\rho A_{\perp} v^2 \cos(\phi)$$

donde ρ es la densidad del medio, ϕ es el ángulo de inclinación del área de impacto, A es el área de impacto, v es la velocidad de impacto.

Luego, para que el helicóptero se eleve, debe cumplirse que:

$$2\vec{F}_{col} \geq M_h g$$

donde M_h es la masa del helicóptero y el factor 2 aparece porque son dos aspas.

En este caso, tenemos que:

$$\rho_{aire} = 1,204 \text{ kg/m}^3$$

$$A = 1 \text{ m}^2$$

$$\phi \approx 27^\circ$$

Con esto, se tiene:

$$2 \cdot 2 \cdot 1,204 \cdot 1 \cdot v^2 \cdot \cos(27^\circ) \geq 500 \cdot 9,8$$

Pero

$$v = \omega \cdot R = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

con $R = 5 \text{ m}$.

Luego, se tiene la relación

$$2 \cdot 2 \cdot 1,204 \cdot 1 \cdot \left(\frac{2\pi \cdot 5}{T}\right)^2 \cdot \cos(27^\circ) \geq 500 \cdot 9,8$$

Lo que da un período mínimo de 0,88 s.

Propuestos:

- ¿Cuál es la energía que genera el rotor para un aspa homogénea de 10 kg?
- Considere que el rotor funciona a 90 RPM. ¿Cuál debe ser el ángulo de inclinación de las aspas?

Problema 2

El diámetro típico de una gota de lluvia es de 3 mm , aproximadamente. Cuando el agua cae durante 1 hora de lluvia es de 1 mm , estime el número de gotas que golpean el piso en ese lapso. ¿A qué fuerza media (colisional) se traduce? Haga el cálculo primero sin roce viscoso del aire. Luego considérela (use velocidad terminal de la gota) y compárelos.

Solución

Vamos a considerar que el agua cae en un recipiente de área A . Calculemos el volumen de una gota:

$$V_{gota} = \frac{4\pi(0,015)^3}{3}$$

Volumen de agua después de una hora:

$$V_{hora} = A \cdot 0,001$$

para un área de 1 m^2 , el número de gotas que caen en una hora es:

$$N = \frac{V_{hora}}{V_{gota}} = \frac{1 \cdot 0,001}{\frac{4\pi(0,015)^3}{3}} \approx 70,8$$

Para calcular la fuerza media, necesitamos la densidad media del chorro en el lapso especificado de una hora:

$$\rho = \frac{N \cdot m_0}{V_{chorro}}$$

con m_0 la masa de una gota, que es igual a:

$$m_0 = \rho_{agua} \cdot V_{gota} = 1000 \text{ [kg/m}^3] \cdot \frac{4\pi(0,015)^3}{3} = 0,014 \text{ kg}$$

Consideremos que las gotas caen de una altura $h = 3600 \text{ m}$. Luego,

$$\rho = \frac{70,8 \cdot 0,014}{1 \cdot 3600} = 0,0003$$

Luego, la fuerza media es:

$$\vec{F}_{col} = 2 \cdot 0,0003 \cdot 1 \cdot v^2 \cdot \cos(90^\circ)^2 = 0,0006v^2$$

Sin roce viscoso:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 3600} = 265,6 \text{ m/s}$$

Luego,

$$\vec{F}_{col} = 42,3 \text{ N}$$

Con roce viscoso:

$$v \approx 9 \text{ m/s}$$

Luego,

$$\vec{F}_{col} = 0,0486 \text{ N}$$