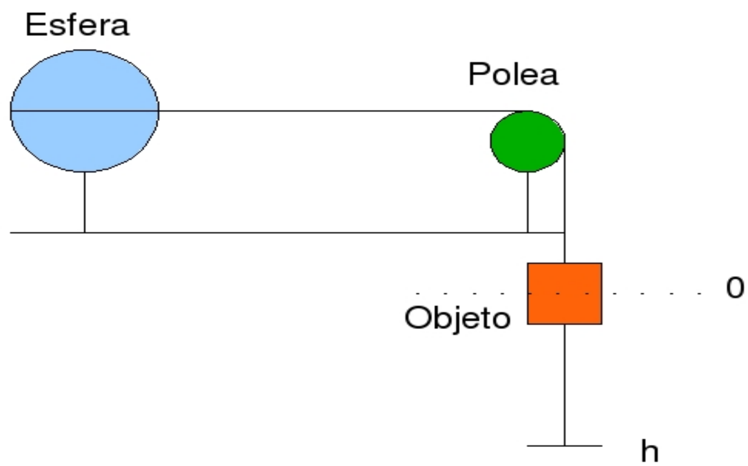
Pauta Ejercicio 4B

Sebastián Marchi L.



Parte a

Como no hay ningún tipo de disipación, la energía se conserva.
La energía inicial es:

$$E_i = U_{polea} + U_{esfera}$$

La energía final es:

$$E_f = U_{polea} + U_{esfera} + K_{esfera} + K_{polea} + U_{objeto} + K_{objeto}$$

Sabemos que:

$$K_{esfera} = \frac{1}{2} I_e w_e^2$$

$$K_{polea} = \frac{1}{2} I_p w_p^2$$

$$U_{obejto} = -mgh$$

$$K_{objeto} = \frac{1}{2}mv^2$$

Donde v es la velocidad que debemos encontrar, I_e e I_p los momentos de inercia con respecto al centro de masas de la esfera y de la polea, respectivamente.

Igualando la energía final con la inicial, tenemos que:

$$0 = \frac{1}{2}I_e w_e^2 + \frac{1}{2}I_p w_p^2 - mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow \; v = \sqrt{\frac{2}{m}(mgh - \frac{1}{2}I_e w_e^2 - \frac{1}{2}I_p w_p^2)}$$

Cuando el objeto cae una distancia h, un pedazo de cuerda del mismo largo ha caído la misma distancia. Como ésta no resbala en la esfera ni en la polea, estas dos ruedan una distancia h en el mismo tiempo. Con esto, se concluye que la velocidad tangencial de la polea y de la esfera son iguales y valen v. Luego,

$$rw_p = v$$

$$Rw_e = v$$

Reemplazando los valores de los momentos de inercia y usando la condicíón impuesta, se obtiene el valor de v:

$$v = 2\sqrt{\frac{5mgh}{4M + 15m}}$$

Parte b

Sea I_o un eje cualquiera paralelo al centro de rotación actual. Aplicando el Teorema de Steiner, se tiene que:

$$I_o = I_{CM} + MD^2$$

De aquí se deduce que, para la esfera:

$$I_o > I_e$$

De la parte a, tenemos la ecuación:

$$v = \sqrt{\frac{2}{m}(mgh - \frac{1}{2}I_e w_e^2 - \frac{1}{2}I_p w_p^2)}$$

Luego, si hacemos girar la esfera con respecto a otro eje que no sea el del centro de masas, la velocidad de caída del objeto disminuye.