Auxiliar Unidad 6B

9 de noviembre de 2008

Problema 1

Demuestre que, para una onda estacionaria en una cuerda de largo L, se tiene:

a) $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ y $f_n = \frac{nc}{2L}$ para dos extremos fijos.

b) $\lambda_n = \frac{4L}{2n-1}$ y $f_n = \frac{(2n-1)c}{4L}$ para un extremo fijo y el otro libre.

c) $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ y $f_n = \frac{nc}{2L}$ para dos extremos libres.

Problema 2

Una cuerda se estira entre dos soportes fijos distantes en $L = 70cm$ y se ajusta la tensión hasta que la frecuencia fundamental (asociada al modo normal $n = 1$) de una nota La es de $f_1 = 440Hz$. ¿Cuál es la velocidad de las ondas transversales en la cuerda?

Problema 3

Una onda estacionaria tiene ecuación $y(x,t) = 0{,}024 * \text{sen}(52{,}3x)\cos(480t)$, con x e y en metros y t en segundos. Determine la velocidad de fase en la cuerda y la distancia entre nodos. ¿Es posible que esta onda produzca modos normales en una cuerda de largo 1 metro?

Problema 4

Una cuerda de 4 m de largo se fija en un extremo, mientras que el otro extremo puede moverse libremente unido a una guía vertical. La velocidad de fase es de 20 m/s. Encontrar la frecuencia y longitud de onda de los 3 primeros modos normales. Hacer un dibujo de la cuerda perturbada en cada caso.

Problema 5

Una cuerda tensa tiene tres frecuencias asociadas a modos normales consecutivos de 75, 125 y 175 Hz.

(a) Hallar los cuocientes entre cada par sucesivo de frecuencias.

(b) Se trata de una cuerda fija en ambos extremos o una cuerda fija en un extremo y libre en el otro? Cual es la frecuencia fundamenta? A que modos normales corresponden estas frecuencias?

Problema 6

Los extremos de una cuerda ideal de densidad de masa lineal μ se unen entre sí formando una cuerda cerrada que al girar alrededor de un eje fijo con velocidad angular Ω, se deforma en un círculo de radio R, sometido a una tensión T. Suponga, que el radio R es suficientemente grande como para considrar que una perturbación $y(s,t)$ generada en la cuerda tensa se propaga a lo largo de ella como si se tratara de una cuerda unidemsnional; excepto que, ahora, la variable de posición s es un arco del círculo. Además, debe cumplirse la siguiente condición de borde (*condición de borde periódica*), debido a que la cuerda está cerrada sobre sí misma:

$$y(s,t) = y(s + 2\pi R, t)$$

a) Suponiendo conocida la tensión de la cuerda, encuentre los modos normales de oscilación de la cuerda.

b) Calcule la tensión de la cuerda en función de Ω, R, y μ. Sugerencia: analice el DCL de un arco infinitesimal de la cuerda.

c) Determine la velocidad angular Ω de la cuerda para que la frecuencia del primer armónico (modo fundamental) sea 440 Hz.