Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Pauta Ejercicio Nº 1

EL42D: Control de Sistemas.

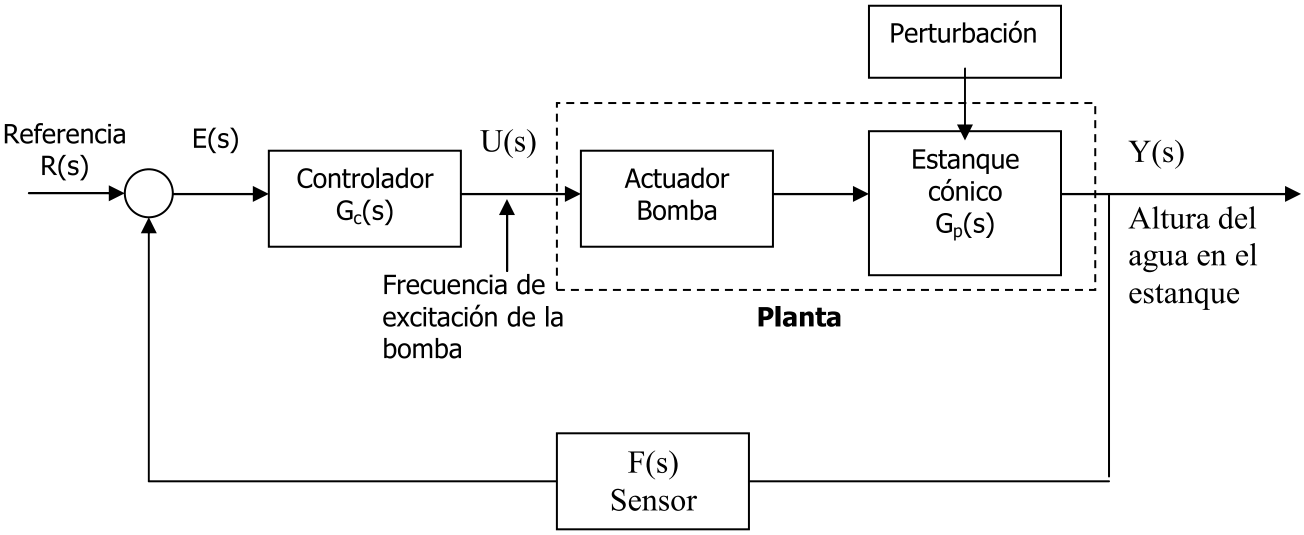
(Semestre Primavera 2008)

Profesora: Dra. Doris Sáez H.
Ayudante: Camila Troncoso Solar.
(camtroncoso@gmail.cl)

Diseño de Estrategias de Control para un Estanque

e) Diseño de controladores para el estanque cónico

1) Diagramas de bloques



Y(s): Variable controlada: altura de agua del estanque cónico.
U(s): Variable manipulada: frecuencia de excitación de la bomba.
E(s): error.
F(s): sensor ultrasónico que mide la altura del agua en el estanque cónico. En este caso se considera H(s)=1 (ideal).
G_c(s): Controlador
Actuador: bomba que impulsa el agua desde el estanque de recirculación hacia el estanque cónico.
Perturbaciones: temperatura del agua que afecta la densidad, suciedad de las piezas (polvo, humedad), filtraciones, sensores no ideales, etc., factores los cuales va a afectar claramente al comportamiento de la planta frente al controlador utilizado.
Referencia: altura deseada del estanque cónico.

2) Función de transferencia

Para poder obtener la función de transferencia del sistema completo se concadenan, la función de transferencia del actuador con la función de transferencia del estanque cónico:

$$G(s)=\frac{0.0011035}{s}\cdot\frac{1.4308}{s+0.15468}$$

$$\boxed{G(s)=\frac{0.001579}{s^2+0.15468\cdot s}}$$

3) Controlador proporcional continuo

El controlador es de la forma:

$$\boxed{G_c(s)=K_p}$$

$$\begin{matrix} 1+G_c\cdot G(s)=0 \\ s^2+2\cdot\xi\cdot\omega_n\cdot s+\omega_n{}^2=0 \end{matrix} \quad\Rightarrow\quad \begin{matrix} s^2+0.15468\cdot s+0.001579\cdot K_p=0 \\ s^2+2\cdot\xi\omega_n\cdot s+\omega_n{}^2=0 \end{matrix}$$

Incógnitas → K_p , ω_n , ξ
Identificando términos, se tiene lo siguiente:

$$\begin{matrix} 2\xi\omega_n=0.15468 \\ \omega_n{}^2=0.001579\cdot K_p \end{matrix} \quad\Rightarrow\quad \begin{matrix} \dfrac{\xi}{\omega_n}=\dfrac{48.9804}{K_p} \\ \dfrac{4.5\cdot\xi}{\omega_n}=t_s=50s \end{matrix} \quad\Rightarrow\quad \boxed{\begin{matrix} K_p=4.40824 \\ \omega_n=0.083433 \\ \xi=0.92697>0.69 \end{matrix}}$$

$$\boxed{\Rightarrow G_c(s)=4.40824} \qquad \boxed{\Rightarrow MOV=0.04252\%}$$

4) Controlador PI continuo

Especificaciones → $\boxed{t_s=80[s] \quad ; \quad MOV=8\%}$

$$\begin{matrix} MOV=0.08\Rightarrow\xi=0.626577<0.69 \\ t_s=80[s] \quad\Rightarrow\omega_n=0.063839 \end{matrix} \qquad \boxed{G_c(s)=K_p+\frac{K_i}{s}}$$

Ecuación característica: $s^2+0.08\cdot s+0.004075=0$

$$1+G_c(s)\cdot G(s)=0\Rightarrow s^3+0.15468\cdot s^2+0.001579\cdot K_p\cdot s+0.001579\cdot K_i=0$$

Igualando: $1+G_c\cdot G(s)=(s^2+2\cdot\xi\cdot\omega_n\cdot s+\omega_n{}^2)\cdot(s+a)$

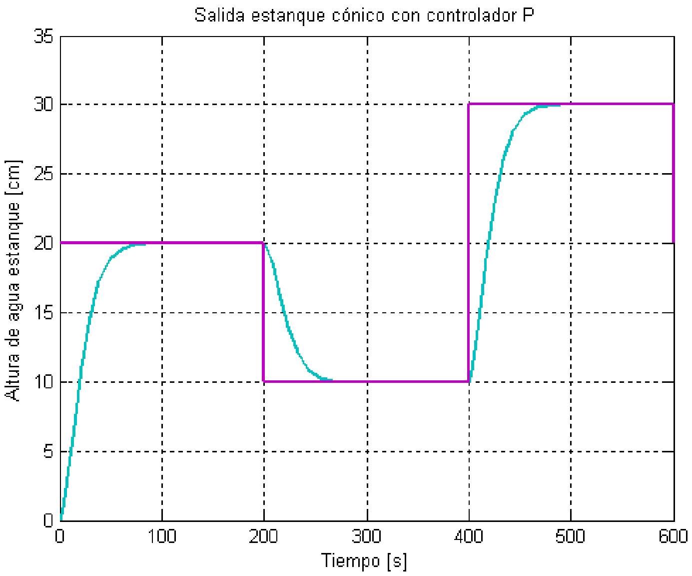
Implica:

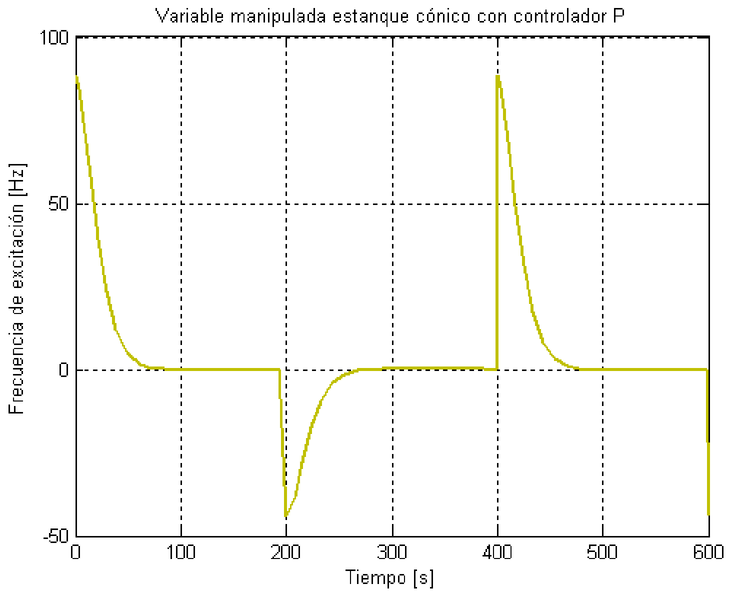
$$0.15468=a+0.08$$
$$0.001579\cdot K_p=0.08\cdot a+0.004075$$
$$0.001579\cdot K_i=0.004075\cdot a$$

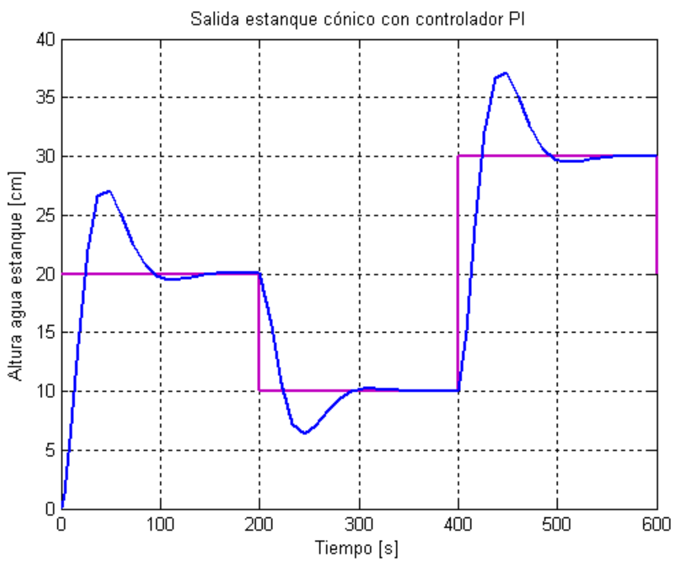
Luego:

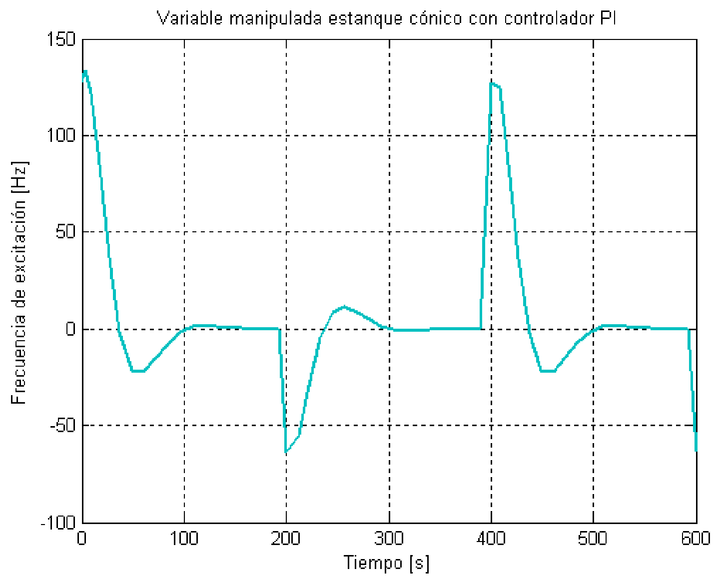
$$a = 0.07468$$
$$K_i = 0.19273 \quad \Rightarrow \quad \boxed{G_c(s) = 6.36441 + \frac{0.19273}{s}}$$
$$K_p = 6.36441$$

5) Simulaciones



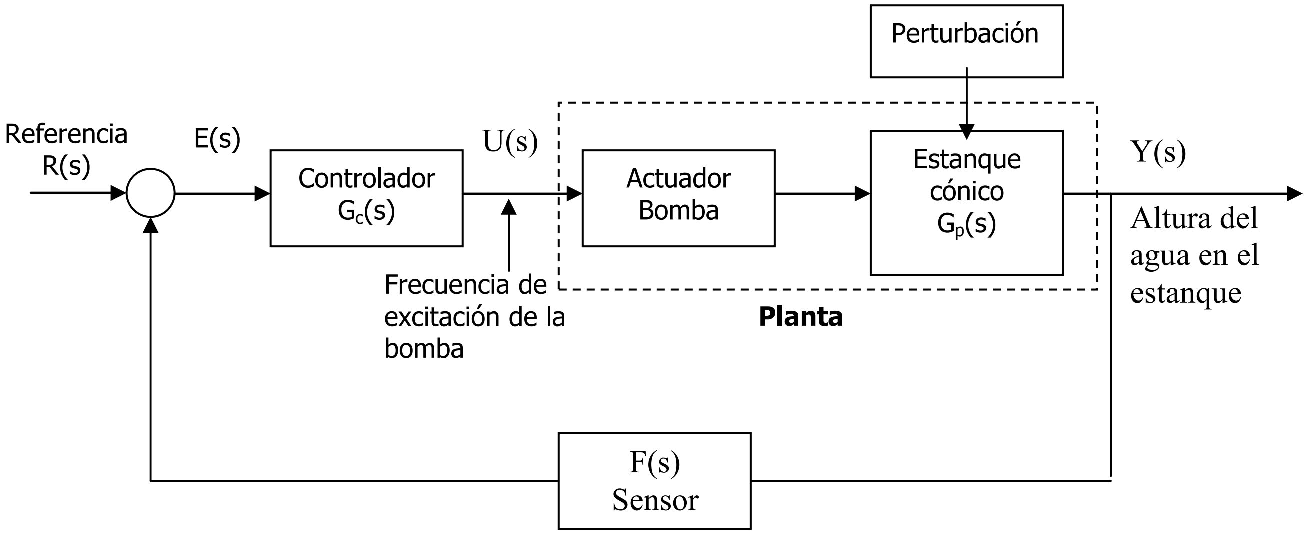






f) Diseño de controladores para el estanque cuadrado

1) Diagramas de bloques



Y(s): Variable controlada: altura de agua del estanque cónico.
U(s): Variable manipulada: frecuencia de excitación de la bomba.
E(s): error.
F(s): sensor ultrasónico que mide la altura del agua en el estanque cónico. En este caso se considera H(s)=1 (ideal).
$G_c(s)$: Controlador
Actuador: bomba que impulsa el agua desde el estanque de recirculación hacia el estanque cónico.
Perturbaciones: temperatura del agua que afecta la densidad, suciedad de las piezas (polvo, humedad), filtraciones, sensores no ideales, etc., factores los cuales va a afectar claramente al comportamiento de la planta frente al controlador utilizado.
Referencia: altura deseada del estanque cónico.

2) Función de transferencia

La función de transferencia del estanque cuadrado se obtiene utilizando conservación de flujo:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \rho \cdot (F_{in} - F_{out})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial(\rho \cdot h_1 \cdot A_1)}{\partial t} = \rho \cdot (F_{in} - F_{out})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial h_1}{\partial t} = \frac{1}{1681}(F_{in} - F_{out})$$

Suponiendo $F_{out} = 0$

$$\Rightarrow \frac{H(s)}{F_{in}(s)} = \frac{1}{1681 \cdot s}$$

Para poder obtener la función de transferencia del sistema completo se concadenan, la función de transferencia del actuador con la función de transferencia del estanque cuadrado obtenida anteriormente:

$$G(s) = \frac{1}{1681 \cdot s} \cdot \frac{1.4308}{(s + 0.15468)}$$

$$\boxed{\Rightarrow G(s) = \frac{0.000851}{(s^2 + 0.15468 \cdot s)}}$$

$$\boxed{G(Z) = (1 - z^{-1}) Z\left(\frac{G(s)}{s}\right) = \frac{0.003301(z + 0.856439)}{(z-1)(z - 0.628738)}}$$

3) Controlador proporcional continuo

El controlador es de la forma:

$$\boxed{G_c(s) = K_p}$$

$$\begin{array}{c} 1 + G_c \cdot G(s) = 0 \\ s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^{\ 2} = 0 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{c} s^2 + 0.15468 \cdot s + 0.000851 \cdot K_p = 0 \\ s^2 + 2 \cdot \xi \omega_n \cdot s + \omega_n^{\ 2} = 0 \end{array}$$

Incógnitas → K_p , ω_n , ξ
Identificando términos, se tiene lo siguiente:

$$\begin{array}{l} 2\xi\omega_n = 0.15468 \\ \omega_n^{\ 2} = 0.000851 \cdot K_p \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \dfrac{\xi}{\omega_n} = \dfrac{90.8813}{K_p} \\ \dfrac{4.5 \cdot \xi}{\omega_n} = t_s = 50s \end{array} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{array}{l} K_p = 8.17932 \\ \omega_n = 0.083433 \\ \xi = 0.92697 > 0.69 \end{array}}$$

$$\boxed{\Rightarrow G_c(s) = 8.17986} \qquad \boxed{\Rightarrow MOV = 0.04252\%}$$

4) Controlador PI continuo

Especificaciones ⟶ $\boxed{t_s = 80[s] \quad ; \quad MOV = 8\%}$

$$\begin{array}{l} MOV = 0.08 \Rightarrow \xi = 0.626577 < 0.69 \\ t_s = 80[s] \quad \Rightarrow \omega_n = 0.063839 \end{array} \qquad \boxed{G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s}}$$

Ecuación característica: $s^2 + 0.08 \cdot s + 0.004075 = 0$

$$1 + G_c(s) \cdot G(s) = 0 \Rightarrow s^3 + 0.15468 \cdot s^2 + 0.000851 \cdot K_p \cdot s + 0.000851 \cdot K_i = 0$$

Igualando: $1 + G_c \cdot G(s) = (s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^{\ 2}) \cdot (s + a)$

Implica:

$$\begin{array}{l} 0.15468 = a + 0.08 \\ 0.000851 \cdot K_p = 0.08 \cdot a + 0.004075 \\ 0.000851 \cdot K_i = 0.004075 \cdot a \end{array}$$

Luego:

$$a = 0.07468$$
$$K_i = 0.357604 \quad \Rightarrow \quad \boxed{G_c(s) = 11.8089 + \frac{0.357604}{s}}$$
$$K_p = 11.8089$$

5) Controlador PI discreto

Especificaciones $\longrightarrow$ $\boxed{t_s = 80[s] \quad ; \quad MOV = 8\%}$

$$MOV = 0.08 \Rightarrow \xi = 0.626577 < 0.69$$
$$t_s = 80[s] \quad \Rightarrow \omega_n = 0.063839$$

$$\Rightarrow s^2 + 0.08 \cdot s + 0.004075 = 0$$
$$\Rightarrow s_{1,2} = -0.04 \pm j0.049749$$

$$T = 3[s] \quad ; \quad z_{1,2} = e^{T \cdot S_{1,2}} \quad \Rightarrow z_{1,2} = 0.877061 \pm j0.131879$$

Controlador PI $\longrightarrow$ $\boxed{G_c(z) = K_p + \frac{K_i}{1 - z^{-1}}}$

$$1 + G_c(z) \cdot G(z) = 0$$

$$\Rightarrow z^3 + 0.003301 \cdot (K_i + K_p - 796.354) \cdot z^2 - 0.013679 \cdot (K_p + 0.758682 \cdot (K_i - 217.526)) \cdot z$$
$$+ 0.010378(K_p - 60.584) = 0$$

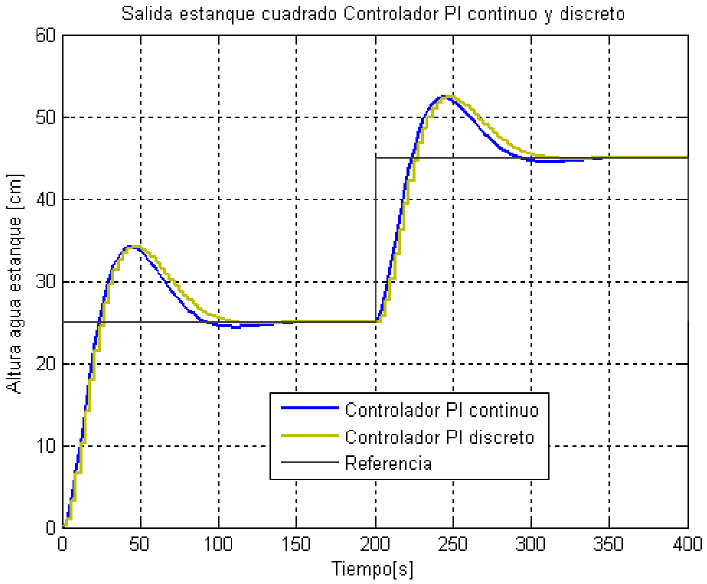
Ecuación Característica $\longrightarrow$ $(z - z_1) \cdot (z - z_2) \cdot (z - a) = 0$

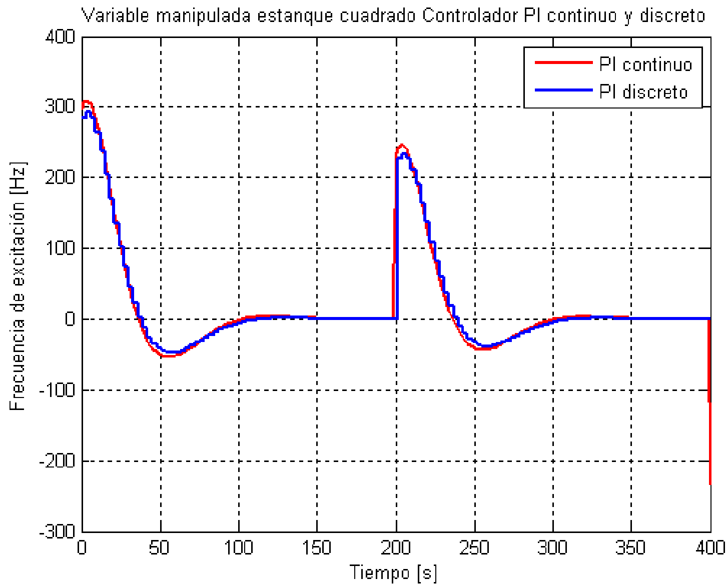
$$\Rightarrow z^3 + (-a - 1.75412) \cdot z^2 + (1.75412 \cdot a + 0.786628) \cdot z - 0.786628 \cdot a = 0$$

$$\Rightarrow \quad 0.003301 \cdot (K_i + K_p - 796.354) = -a - 1.75412$$
$$\Rightarrow -0.000474 \cdot (K_p - 5.96566 \cdot (K_I + 798.52)) = 1.75412 \cdot a + 0.786628$$
$$\Rightarrow -0.002827 \cdot (K_p + 222.399) = -0.786628 \cdot a$$

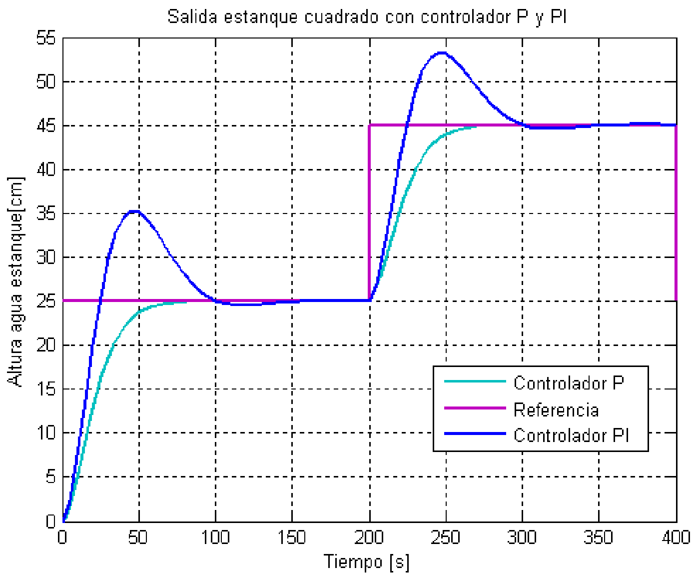
$$K_p = 10.5594$$
$$K_i = 0.78078 \quad \Rightarrow \quad \boxed{G_c(z) = 10.5594 + \frac{0.780789}{1 - z^{-1}}}$$
$$a = 0.837211$$

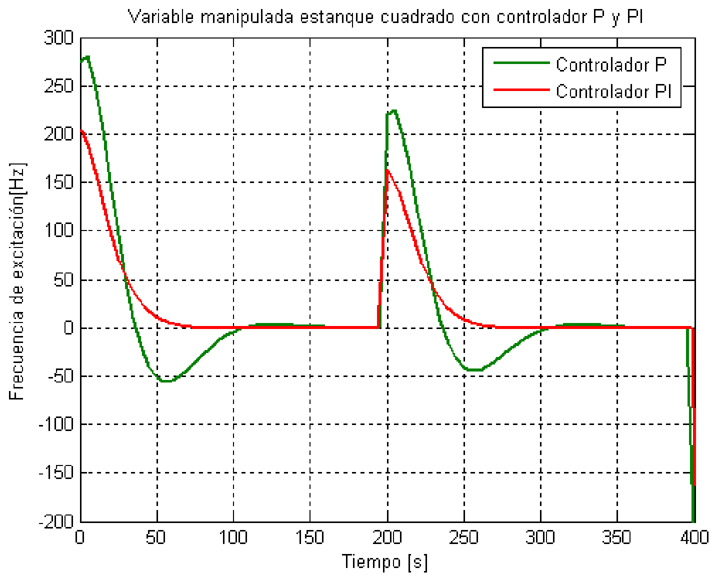
Simulación: PI continuo y PI discreto



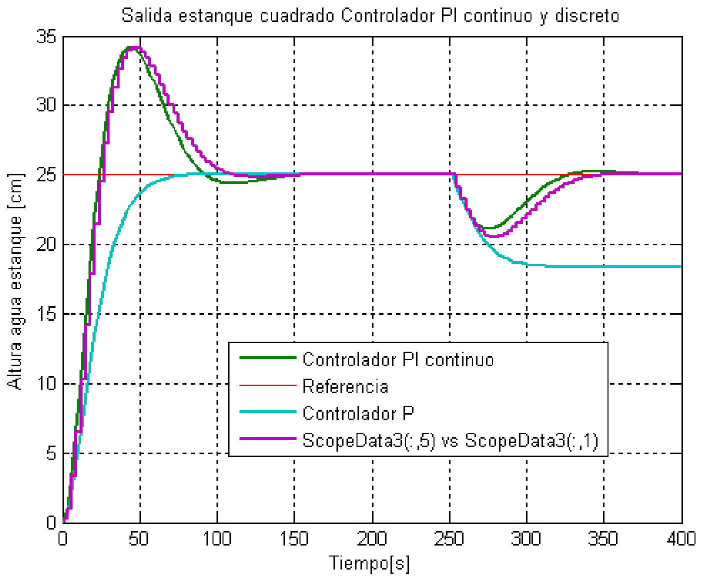


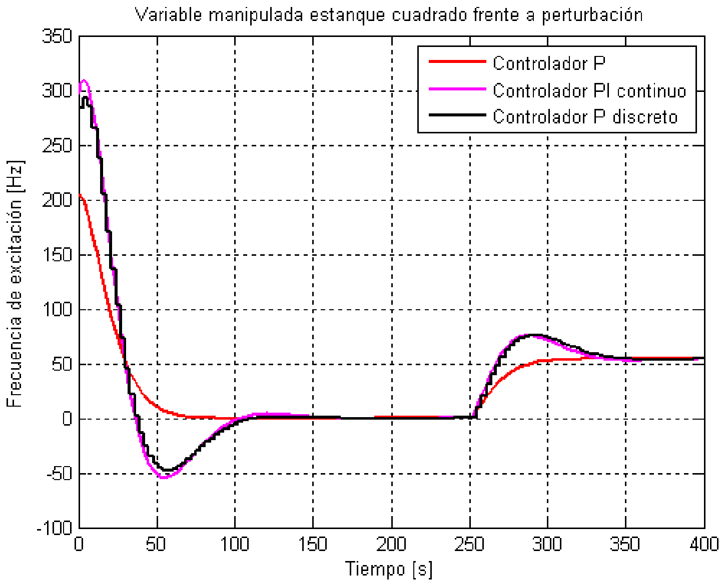
6) Simulación: P y PI continuo





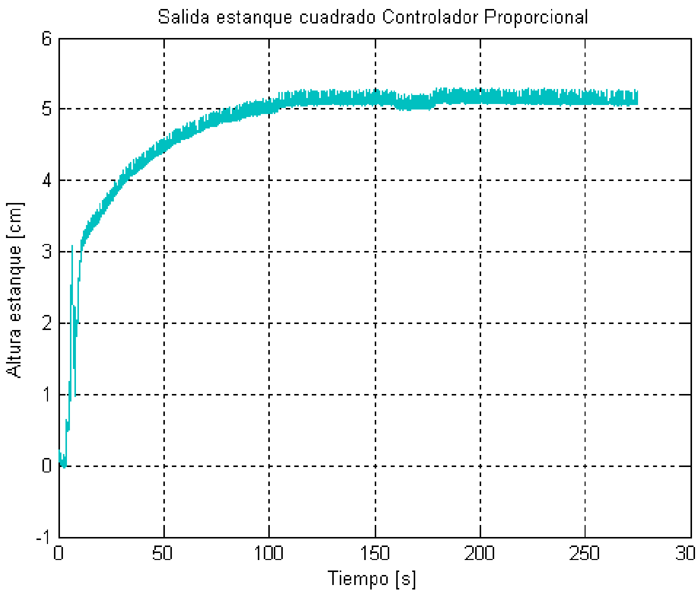
7) **Simulación:** Perturbación

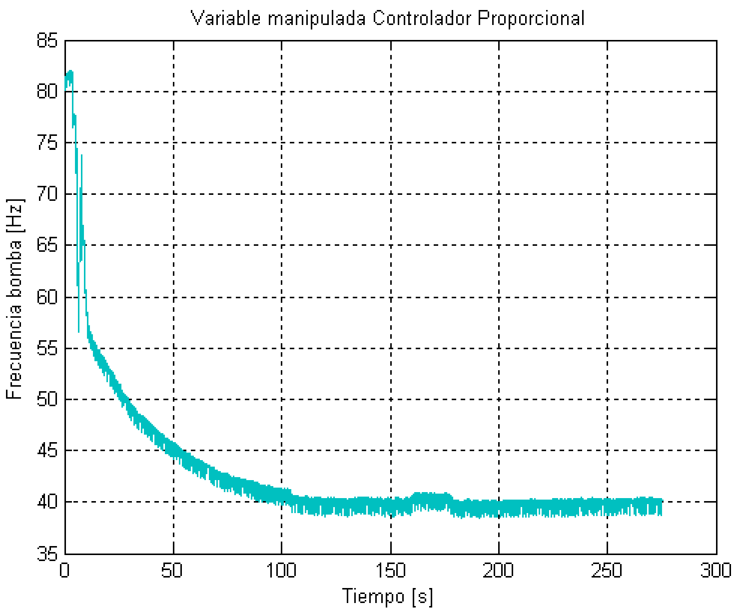




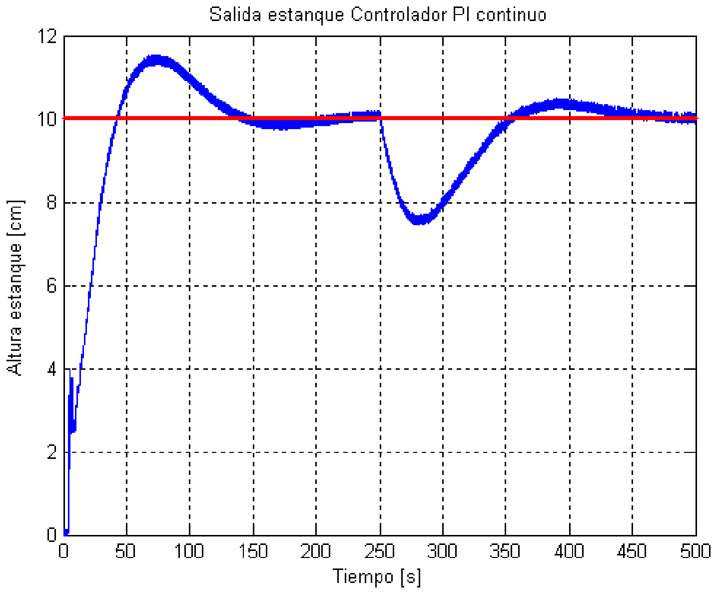
g) Control del estanque cuadrado del Laboratorio de Automática

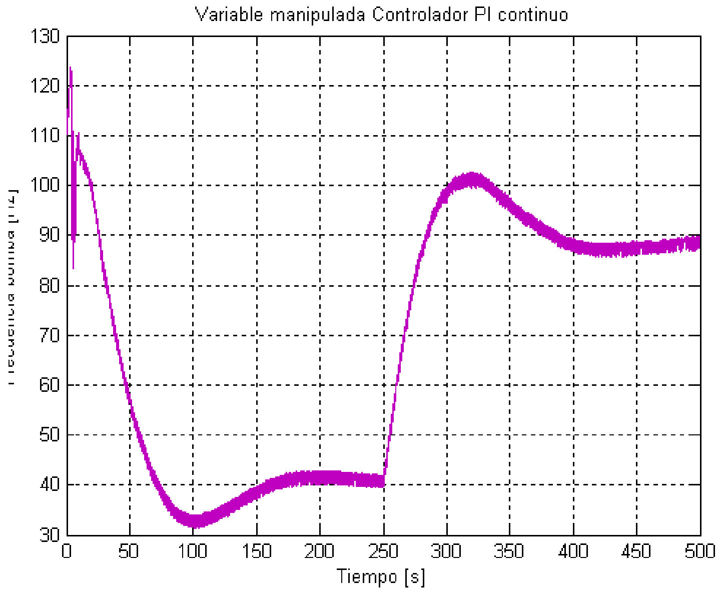
1) Controlador Proporcional con referencia 10 cm:





2) Controlador PI discreto





2) Controlador PI discreto