

Pauta Pregunta 1

Se desea implementar una estrategia de control para el proceso de producción de papel. La función de transferencia que describe el proceso es:

$$G(s) = \frac{4s}{(s - 0.1)(s - 3)}$$

Para este sistema se requiere el diseño de controladores para el grosor del papel, por lo cual se pide:

- a) Indique la variable manipulada, perturbación, variable controlada y sensor, respectivamente. Esquematice el correspondiente diagrama de bloques en lazo de control cerrado..(0.5)

Variable Controlada: Grosor hoja de papel (0.1)

Variable Manipulada: Densidad de la pulpa (0.1)

Perturbaciones: filtraciones, impurezas, caídas de aguas, humedad etc. (0.1)

Sensor : medidor de Grosor de papel (0.1)

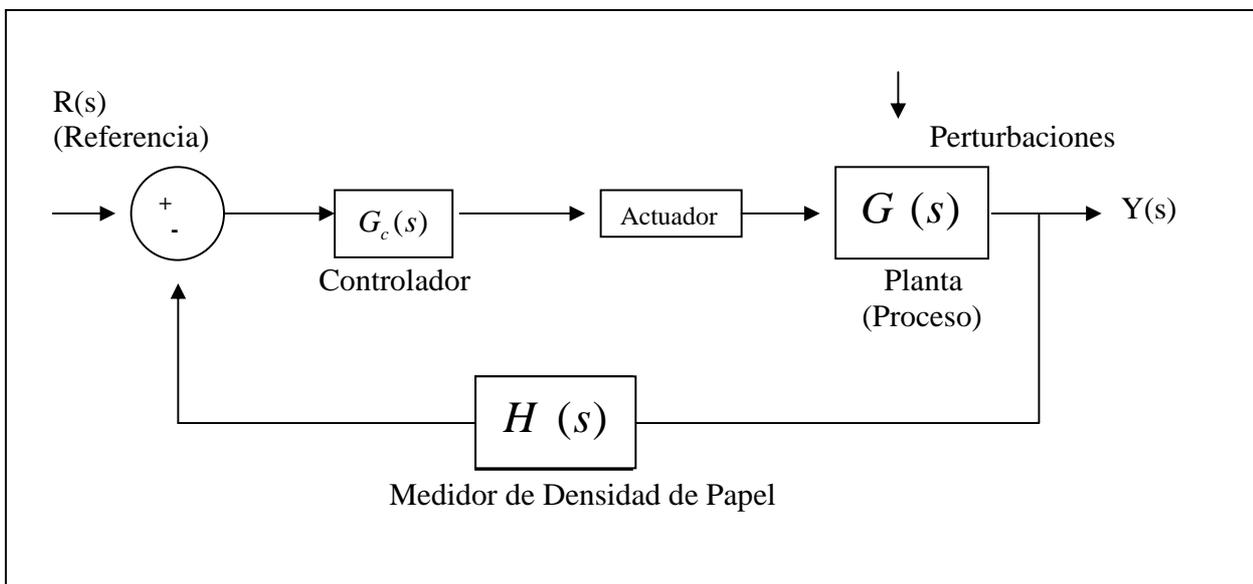


Fig. .1 Diagrama de bloques del sistema (0.1)

- b) Justifique el diseño de control en lazo cerrado propuesto en a). ¿Por qué no un esquema en lazo abierto?.

Se usa un diseño de control en lazo cerrado, ya que con este tipo de control la salida tiene un efecto sobre la acción de control y en presencia de perturbaciones se reduce la diferencia entre la salida y la entrada de referencia, respondiendo frente a perturbaciones. Con un control de lazo abierto no se tiene acceso a la salida y el control no sirve frente a perturbaciones (0.3)

El sistema necesita lazo cerrado por ser inestable (polos positivos >0) (0.2)

- c) Diseñar un controlador **PI continuo** de tal forma que se cumplan los siguientes requerimientos (2.0)

MOV = 10%, $t_s = 7$ [s].

$$\begin{aligned}
 mov &= e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 0.1 (\text{sobreoscilacion}) \\
 \frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} &= \ln(0.1) \Rightarrow \xi = 0.59119 < 0.69 \\
 \Rightarrow t_s = 7[s] &= \frac{3.2}{\xi\omega_n} \\
 \Rightarrow \omega_n &= \frac{3.2}{7 * 0.59116} = 0.773
 \end{aligned}$$

Por lo tanto el polinomio resultante sería: (1.0)

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

$$(s^2 + 0.9139s + 0.597529) = 1 + \left(K_p + \frac{K_i}{s} \right) \left(\frac{4s}{(s-0.1)(s-3)} \right) = 0$$

$$(s^2 + 0.9139s + 0.597529) = (s^2 + 4K_p s - 3.1s + 4K_i + 0.3)$$

\Rightarrow igualando

$$0.9139 = 4K_p - 3.1$$

$$0.597529 = 4K_i + 0.3$$

$$K_i = 0.074$$

$$K_p = 1.00$$

(1.0)

- c) Utilice el método de Ziegler-Nichols que más le convenga para diseñar un controlador **PI continuo**. Especifique los requerimientos que cumple este diseño. (1.5)

$$1 + K_c G(s) = 0$$

$$0 = (s^2 - 3.1s + 4K_c s + 0.3)$$

$$\text{Si } j\omega = s$$

$$\Rightarrow 0 = -\omega^2 - 3.1j\omega + 4K_c j\omega + 0.3$$

$$\Rightarrow \omega^2 = 0.3 \Rightarrow \omega = 0.5477 \Rightarrow P_c = 11.46$$

$$0 = 4K_c - 3.1$$

$$K_c = 0.775$$

$$K_p = 0.45K_c = 0.34875$$

$$T_i = \frac{P_c}{1.2} = 9.559 \Rightarrow K_i = \frac{K_p}{T_i} = 0.036 \quad (1.2)$$

$$1 + \left(0.348 + \frac{0.036}{s}\right) \left(\frac{4s}{(s-0.1)(s-3)}\right) = s^2 + 2\omega\xi + \omega^2 = s^2 + -1.68 + 0.4356$$

$$\Rightarrow \xi = -1.27 \wedge \omega = 0.6678 \quad (0.3)$$

Estos resultados se deben a la inestabilidad de la planta.

- d) Señale los errores permanentes para los sistemas en lazo cerrado definidos con los controladores c) y d), ante una referencia escalón de amplitud α .

Teóricamente con un controlador Pi el error es cero. (0.2)

El error estacionario o permanente es de la forma:

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)G_c(s)} \Rightarrow E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)G_c(s)}$$

$$\Rightarrow e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)G_c(s)}$$

Calculando el error con la función de transferencia y el controlador diseñado en la parte c):

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)} = \frac{(s-3)(s-0.1)}{s^2 + 0.9s + 0.596}$$

$$\Rightarrow e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(s-3)(s-0.1)}{s^2 + 0.9s + 0.596} \bullet sR(s)$$

$$\text{Con } R(s) = \frac{\alpha}{s}$$

$$\Rightarrow e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(s-3)(s-0.1)}{s^2 + 0.9s + 0.596} \bullet s \bullet \frac{\alpha}{s} = 0.5\alpha$$

Calculando el error con la función de transferencia y el controlador diseñado en la parte d):

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)} = \frac{(s-3)(s-0.1)}{s^2 - 1.708s + 38.536}$$

$$\Rightarrow e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(s-3)(s-0.1)}{s^2 - 1.708s + 38.536} \bullet sR(s)$$

$$\text{Con } R(s) = \frac{\alpha}{s}$$

$$\Rightarrow e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(s-3)(s-0.1)}{s^2 - 1.708s + 0.44} \bullet s \bullet \frac{\alpha}{s} = 0.6818\alpha$$

Si se calcula al error correctamente (0.3) (1.25 por cada controlador de las partes c y d) , si hay errores de calculo (-0.25) encada parte)

f) Establezca las ventajas y desventajas entre los diseños en c) y d).

- Ventajas del controlador PI: (0.2)
 1. Elimina el error permanente por acción integradora.
 2. Genera un polo en el origen para la función de transferencia en lazo abierto.
- Desventajas (0.2)
 1. La acción integradora desestabiliza el sistema, por esto siempre debe ir acompañada de la acción integradora, en este caso no hay desestabilización ya que el controlador diseñado va con acción proporcional e integradora.
- Método para diseñar el PI de la parte c)(0.3)

La ventaja de este método es que basta con conocer la función de transferencia de la planta y los requerimientos del controlador.

- Método para diseñar el PI por Ziegler-Nichols(0.3)

Estos métodos permiten encontrar los parámetros de un controlador en base a una prueba experimental en planta. Sin embargo se requiere que la planta sea **estable**.