Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Eléctrica
EL42C – Conversión Electromecánica de la Energía

Pauta Pregunta 2
Ejercicio 1

Pauta por: Lorenzo Reyes

a) Antes de resolver el problema, se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- La relación entre la permeabilidad del material y su permeabilidad relativa es:

$$\mu_1(relativo) = \frac{\mu(absoluto)}{\mu_0}$$

- Las medidas están todas en cm, por lo que hay que tener ojo en las unidades.

- Para determinar el largo en la expresión de las reluctancias, se utiliza el camino medio en el núcleo como aproximación.

- Se llamará μ_2 a la permeabilidad del material 2. Valor que puede ser obtenido desde la característica B-H del núcleo sabiendo el H al que se está trabajando. El valor de μ_2 corresponderá a la pendiente de la curva B-H.

El circuito de reluctancias asociado al circuito magnético del problema es el siguiente:

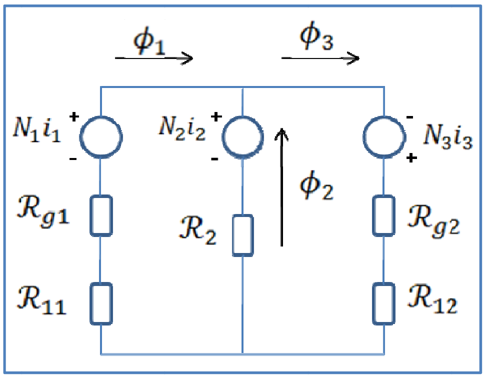

Figura 1: Circuito de reluctancias

En donde los valores para cada reluctancia son:

$$\mathcal{R}_{11} = \frac{(16 - g_1)\cdot 10^{-2}}{9\cdot 10^{-4}\cdot \mu_1\mu_0} + \frac{15\cdot 10^{-2}}{9\cdot 10^{-4}\cdot \mu_2} \qquad \mathcal{R}_{g1} = \frac{g_1}{9\cdot 10^{-4}\cdot \mu_0}$$

$$\mathcal{R}_{12} = \frac{(16 - g_2)\cdot 10^{-2}}{9\cdot 10^{-4}\cdot \mu_1\mu_0} + \frac{15\cdot 10^{-2}}{9\cdot 10^{-4}\cdot \mu_2} \qquad \mathcal{R}_{g2} = \frac{g_2}{9\cdot 10^{-4}\cdot \mu_0}$$

$$\mathcal{R}_2 = \frac{9\cdot 10^{-2}}{9\cdot 10^{-4}\cdot \mu_2}$$

b) Teniendo el circuito de reluctancias equivalente, es posible resolverlo como un circuito eléctrico. Las ecuaciones que dominan este fenómeno son:

Nombrando:

$$\mathcal{R}_1 = \mathcal{R}_{g1} + \mathcal{R}_{11}$$
$$\mathcal{R}_3 = \mathcal{R}_{g2} + \mathcal{R}_{12}$$

El circuito quedaría:

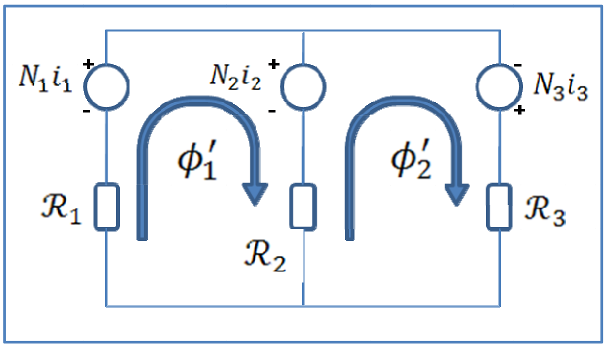

Figura 2: Circuito de reluctancias equivalente

Y aplicando ecuaciones de malla se tiene:

$$N_1 i_1 = N_2 i_2 + \mathcal{R}_2(\phi_1' - \phi_2') + \mathcal{R}_1 \phi_1' \qquad (1)$$

$$N_2 i_2 = -N_3 i_3 + \mathcal{R}_3 \phi_2' + \mathcal{R}_2(\phi_2' - \phi_1') \qquad (2)$$

Donde:

$$\phi_1 = \phi_1'$$

$$\phi_2 = \phi_2' - \phi_1'$$

$$\phi_3 = \phi_2'$$

Sumando las ecuaciones (1) y (2) se obtiene:

$$N_1 i_1 = -N_3 i_3 + \mathcal{R}_1 \phi_1' + \mathcal{R}_3 \phi_2'$$

$$\Rightarrow \phi_2' = \frac{N_1 i_1 + N_3 i_3 - \mathcal{R}_1 \phi_1'}{\mathcal{R}_3}$$

Aplicándolo en la ecuación (1) se obtiene:

$$N_1 i_1 = N_2 i_2 + \mathcal{R}_2 \left(\phi_1' - \frac{N_1 i_1 + N_3 i_3 - \mathcal{R}_1 \phi_1'}{\mathcal{R}_3} \right) + \mathcal{R}_1 \phi_1'$$
$$N_1 i_1 - N_2 i_2 + \frac{N_1 i_1 \mathcal{R}_2}{\mathcal{R}_3} + \frac{N_3 i_3 \mathcal{R}_2}{\mathcal{R}_3} = \mathcal{R}_1 \phi_1' + \mathcal{R}_2 \phi_1' + \frac{\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2 \phi_1'}{\mathcal{R}_3}$$

$$N_1 i_1 \mathcal{R}_3 - N_2 i_2 \mathcal{R}_3 + N_1 i_1 \mathcal{R}_2 + N_3 i_3 \mathcal{R}_2 = (\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_2 \mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2) \phi_1'$$

$$\Rightarrow \phi_1' = \frac{(N_1 i_1 - N_2 i_2)\mathcal{R}_3 + (N_1 i_1 + N_3 i_3)\mathcal{R}_2}{\mathcal{R}_1\mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_2\mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_1\mathcal{R}_2}$$

Y finalmente:

$$\phi_2' = \frac{N_1 i_1 + N_3 i_3 - \mathcal{R}_1 \dfrac{(N_1 i_1 - N_2 i_2)\mathcal{R}_3 + (N_1 i_1 + N_3 i_3)\mathcal{R}_2}{\mathcal{R}_1\mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_2\mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_1\mathcal{R}_2}}{\mathcal{R}_3}$$

$$\Rightarrow \phi_2' = \frac{(N_3 i_3 + N_1 i_1)\mathcal{R}_2 + (N_2 i_2 + N_3 i_3)\mathcal{R}_1}{\mathcal{R}_1\mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_2\mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_1\mathcal{R}_2}$$

De aquí se pueden obtener las expresiones para ϕ_1, ϕ_2 y ϕ_3.

c) Para calcular las inductancias propias y mutuas entre los 3 enrollados se deben considerar los siguientes aspectos:

- $L_{ii} = \frac{N_i^2}{\mathcal{R}_{eq}}$, $\quad L_{ij} = N_i \cdot \frac{\phi_{ij}}{i_j}$.
- Se considera que se genera solo 1 corriente por separado.
- Se debe resolver el circuito equivalente siguiente, para cada uno de los 3 enrollados.

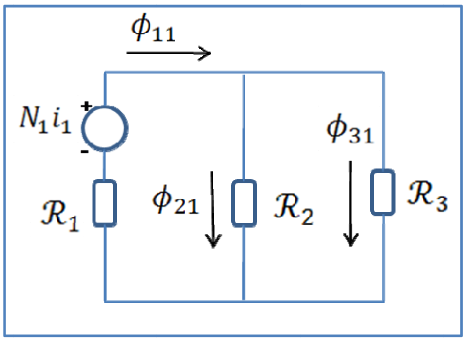

Figura 3: Cálculo de inductancias.

Así entonces, las expresiones para las inductancias son las siguientes:

$$L_{11} = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 \parallel \mathcal{R}_3} \quad L_{12} = \frac{N_1 N_2 \mathcal{R}_3}{(\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 \parallel \mathcal{R}_3)(\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3)} \quad L_{13} = \frac{N_1 N_3 \mathcal{R}_2}{(\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 \parallel \mathcal{R}_3)(\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3)}$$

$$L_{22} = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_1 \parallel \mathcal{R}_3} \quad L_{21} = \frac{N_2 N_1 \mathcal{R}_3}{(\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_1 \parallel \mathcal{R}_3)(\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_3)} \quad L_{23} = \frac{N_2 N_3 \mathcal{R}_1}{(\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_1 \parallel \mathcal{R}_3)(\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_3)}$$

$$L_{33} = \frac{N_3^2}{\mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_1 \parallel \mathcal{R}_2} \quad L_{31} = \frac{N_3 N_1 \mathcal{R}_2}{(\mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_1 \parallel \mathcal{R}_2)(\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2)} \quad L_{32} = \frac{N_3 N_2 \mathcal{R}_1}{(\mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_1 \parallel \mathcal{R}_2)(\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2)}$$