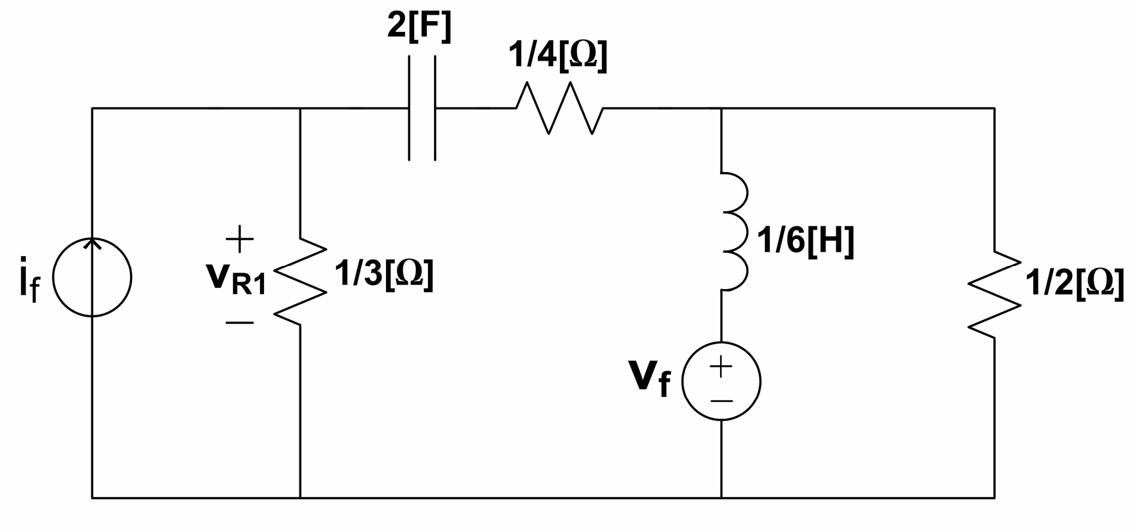
EJERCICIO Nº 8

EL 31-A ANALISIS DE REDES I

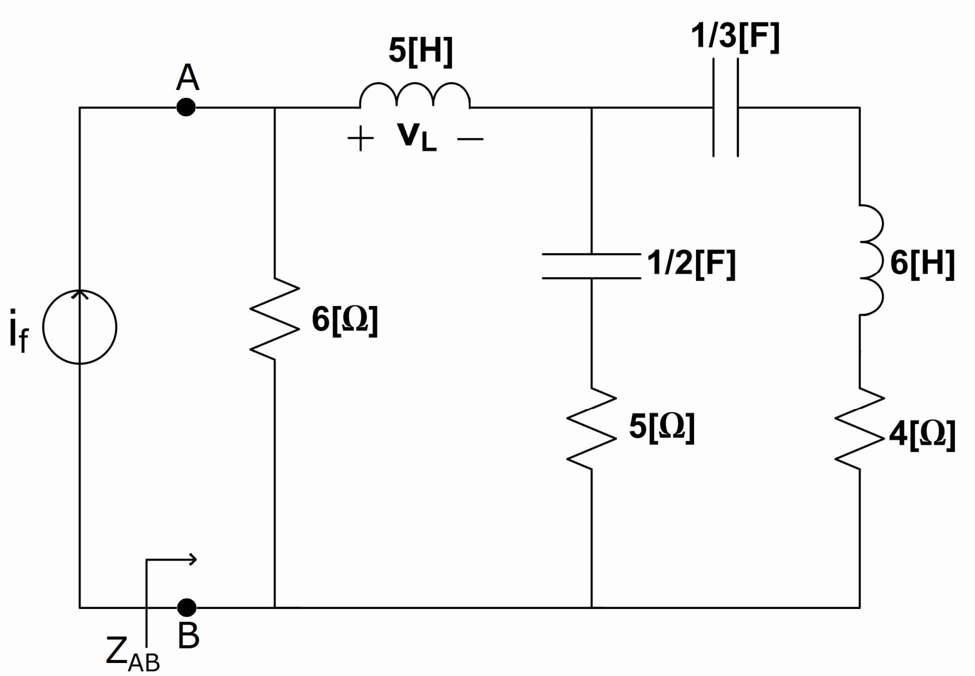
Prof : **Santiago Bradford V.** **28 de octubre de 2008**
Prof. Aux : **Heinz Gerdin H.**

1. Para la red lineal e invariante de la figura en régimen permanente sinusoidal, ocupando el método de los nodos, determine el voltaje V_{R1} en la resistencia.



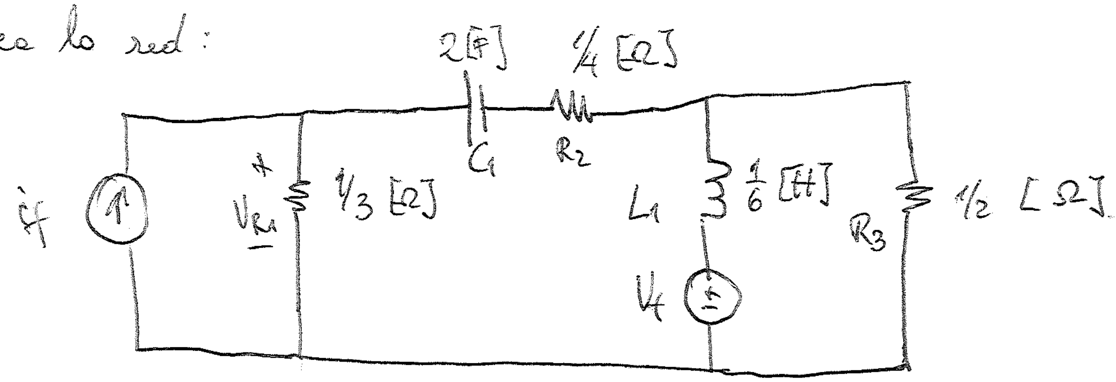
$i_f = 3\text{sen}(6t+\pi/3)$; $V_f = 12\cos(10t+\pi/4)$

2. Para la red lineal e invariante de la figura en régimen permanente sinusoidal, determine:
 i) La impedancia Z_{AB}.
 ii) El valor del voltaje en la inductancia V_L.



$i_f = 10\cos(4t+\pi/6)$

Sea la red:

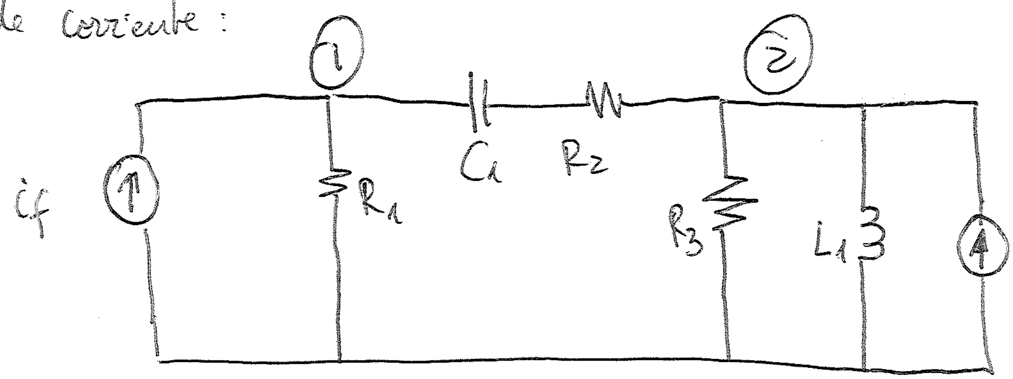


Con $i_f = 3 \operatorname{sen}(6 \cdot t + \pi/3)$ y $V_f = 12 \cos(10t + \pi/4)$

→ Primero transformemos i_f a $\cos(x)$ para poder trabajar con fasores.

→ $i_f = 3 \operatorname{sen}(6 \cdot t + 60° + 90° - 90°) = -3\cos(6t + 150°) = -3\angle 150°$

→ Utilizando Thevenin - Norton pasemos de fuente voltaje a fuente de corriente:



$i_f' = \frac{V_f}{Z_{L1}}$

⇒ $i_f = -3\angle 150°$

$$i_f' = \frac{12\angle 45°}{\omega L\angle 90°} = \frac{12\angle 45°}{10 \cdot \frac{1}{6}\angle 90°} = 7{,}2\angle -45° \quad //^*$$

* se usó $\omega = 10$.

Calculemos ahora las admitancias para aplicar método de nodos.

$G_{R1} = 3$ ℧ $\qquad G_{C1} = \omega C\angle 90°$ [℧] $\qquad G_{R2} = 4$ [℧]

$G_{L1} = \frac{1}{\omega L}\angle -90°$ [℧] $\qquad G_{R3} = 2$ [℧]

→ Como tenemos 2 fuentes independientes usaremos el método de superposición, entonces dejaremos la matriz en función de la frecuencia y reemplazaremos por cada una de las fuentes.

⇒ Tenemos 2 nodos (① y ②), faltará calcular G de la rama ①-②.

$$\Rightarrow G_{rama} = \left(\frac{1}{G_{C1}} + \frac{1}{G_{R2}} \right)^{-1} = \frac{8\omega\angle 90^\circ}{4 + 2\omega\angle 90^\circ}$$

La matriz queda:

$$\begin{bmatrix} G_{R1} + G_{rama} & - G_{rama} \\ - G_{rama} & G_{L1} + G_{R3} + G_{rama} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 + \frac{8\omega\angle 90^\circ}{4+2\omega\angle 90^\circ} & -\frac{8\omega\angle 90^\circ}{4+2\omega\angle 90^\circ} \\ -\frac{8\omega\angle 90^\circ}{4+2\omega\angle 90^\circ} & \frac{6\angle 90^\circ}{\omega} + 2 + \frac{8\omega\angle 90^\circ}{4+2\omega\angle 90^\circ} \end{bmatrix}$$

La ecuación para la primera fuente (I_f)

$$\begin{bmatrix} 3 + \frac{8\omega\angle 90^\circ}{4+2\omega\angle 90^\circ} & -\frac{8\omega\angle 90^\circ}{4+2\omega\angle 90^\circ} \\ -\frac{8\omega\angle 90^\circ}{4+2\omega\angle 90^\circ} & \frac{6\angle 90^\circ}{\omega} + 2 + \frac{8\omega\angle 90^\circ}{2\omega\angle 90^\circ + 4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3\angle 150^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

Con $\omega = 6$

$$\begin{bmatrix} 6{,}7082\angle 10{,}3048 & -3{,}7947\angle 18{,}4349 \\ -3{,}7947\angle 18{,}4349 & 6{,}0166\angle 21{,}4477 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3\angle 150^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

Utilizando el método de Cramer obtenemos

$$V_{R_1}' = E_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 0{,}3298 \angle -41{,}5356$$

⇒ Para la segunda fuente, las ecuaciones queda:

$$\begin{bmatrix} 6{,}8892 \angle 6{,}4108° & -3{,}9223 \angle 11{,}3099 \\ -3{,}9223 \angle 11{,}3099 & 0{,}0044 \angle 13{,}1817 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 7{,}2 \angle -45° \end{bmatrix}$$

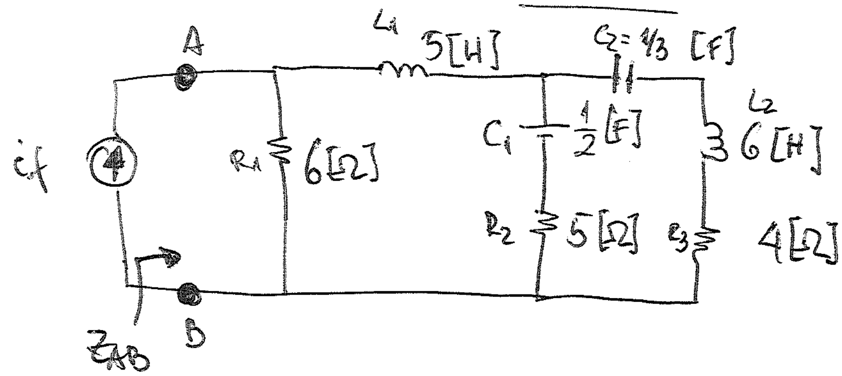
$$V_{R_1}'' = 1{,}08554 \angle -51{,}4929$$

$$\Rightarrow V_{R_1} = V_{R_1}' + V_{R_1}''$$

En función del tiempo queda:

$$V_{R_1}(t) = 0{,}3298 \cos(6t - 41{,}5356) + 1{,}08554 \cos(10 \cdot t - 51{,}4929)$$

Tarea 12 Ejercicio 6



Vamos a resolver el problema considerando fasores:

$$Z_R = R\angle 0°$$

$$Z_L = \omega L \angle 90°$$

$$Z_C = \frac{1}{\omega C}\angle -90°$$

$$i_f = 10\angle \pi/6 = 10\angle 30° \rightarrow \boxed{\omega = 4}$$

Para cada uno de los elementos tenemos entonces:

$$Z_{L1} = \omega L_1 \angle 90° = 4\cdot 5\angle 90° = 20\angle 90°$$

$$Z_{R1} = 6\angle 0°$$

$$Z_{C1} = \frac{1}{\omega C_1}\angle -90° = \frac{1}{4\cdot\frac{1}{2}}\angle 90° = \frac{1}{2}\angle -90°$$

$$Z_{R2} = 5\angle 0°$$

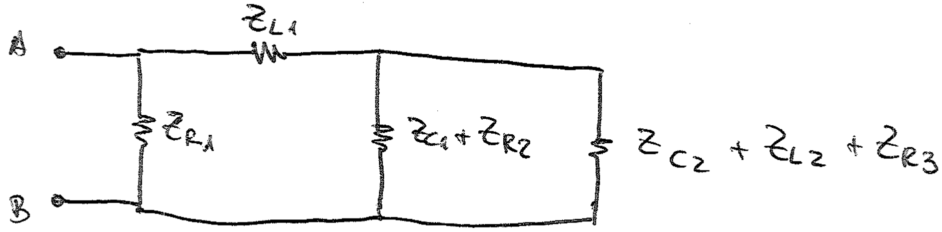
$$Z_{C2} = \frac{1}{\omega C_2}\angle -90° = \frac{1}{\frac{1}{3}\cdot 4}\angle -90° = \frac{3}{4}\angle -90°$$

$$Z_{L2} = 6\cdot 4\angle 90° = 24\angle 90°$$

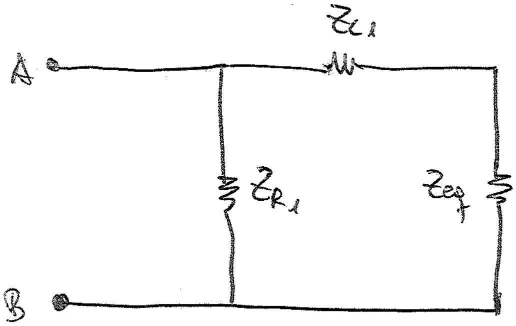
$$Z_{R3} = 4\angle 0°$$

Ahora comenzamos a reducir el circuito:

$\Rightarrow$



$\Rightarrow$

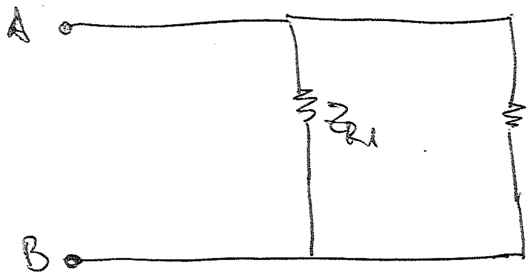


$$\rightarrow \left(\frac{1}{Z_{C1}+Z_{R2}} + \frac{1}{Z_{C2}+Z_{L2}+Z_{R3}} \right)^{-1}$$

$$\Rightarrow Z_{eq} = \frac{(Z_{C1}+Z_{R2})(Z_{C2}+Z_{L2}+Z_{R3})}{Z_{C1}+Z_{R2}+Z_{C2}+Z_{L2}+Z_{R3}}$$

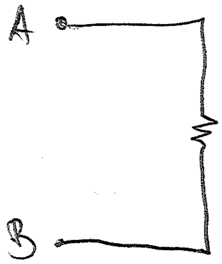
(Ojo que este circuito se usará para la parte ii)

$\Rightarrow$



$$Z' = Z_{L1} + Z_{eq}$$

Finalmente:

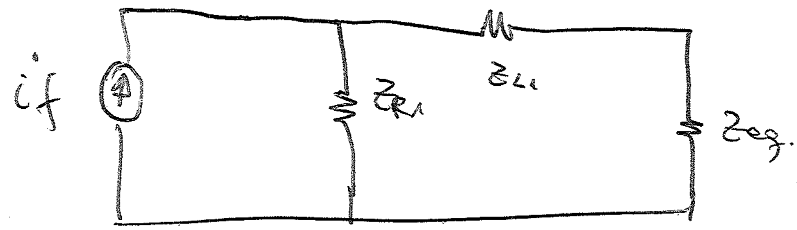


$$Z_{AB} = \left(\frac{1}{Z_{R1}} + \frac{Z_{C1}+Z_{R2}+Z_{C2}+Z_{L2}+Z_{R3}}{Z_{L1}(Z_{C1}+Z_{R2}+Z_{C2}+Z_{L2}+Z_{R3}) + (Z_{C1}+Z_{R2})(Z_{C2}+Z_{L2}+Z_{R3})} \right)^{-1}$$

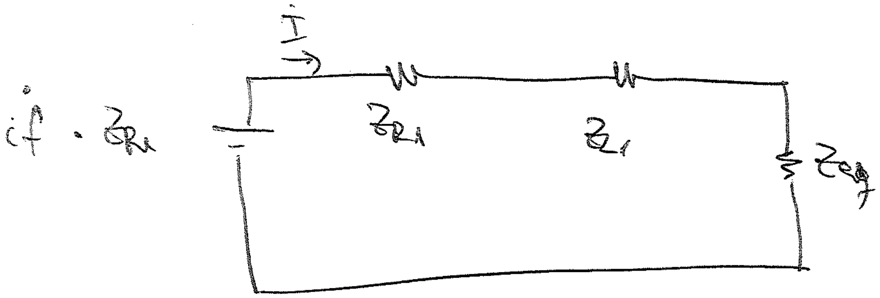
Reemplazando Valores tenemos que:

$$\boxed{Z_{AB} = 5{,}4518 \angle 14{,}59^\circ = 5{,}276 + 1{,}37j}$$

ii) Utilizamos el circuito *



⇒ Thevenin - Norton:



$$\Rightarrow \dot{i}_f \, Z_{R1} = \dot{I}\,(Z_{R1} + Z_{L1} + Z_{eq}) \Rightarrow \dot{I} = \frac{\dot{i}_f \, Z_{R1}}{Z_{R1} + Z_{L1} + Z_{eq}}.$$

finalmente $\quad V_{L1} = Z_{L1} \cdot \dot{I}$

Reemplazamos valores y obtenemos:

$$\dot{I} = 2{,}587 \angle -32{,}198^\circ$$

$$\Rightarrow \boxed{V_{L1} = 51{,}74 \angle 57{,}802^\circ = 27{,}5695 + 43{,}783\,j}$$