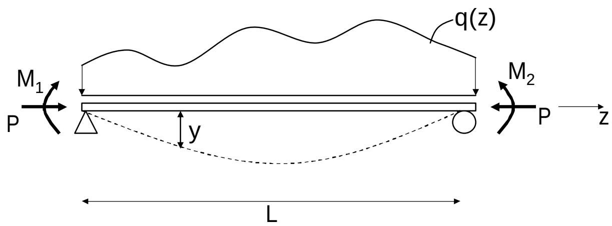
Amplificación de esfuerzos. Métodos simplificados

- Definir M con efectos de 2^{do} orden
- Consideremos el caso general de un elemento cuyos nodos extremos no pueden trasladarse:



Método 1 (marco arriostrado)

- En el caso de momentos aplicados en los extremos solamente (ver derivación en clase) el momento máximo es

$$M_{\max} = M_2 \sqrt{\frac{1 - 2(M_1/M_2)\cos(kL) + (M_1/M_2)^2}{\sin^2(kL)}}$$

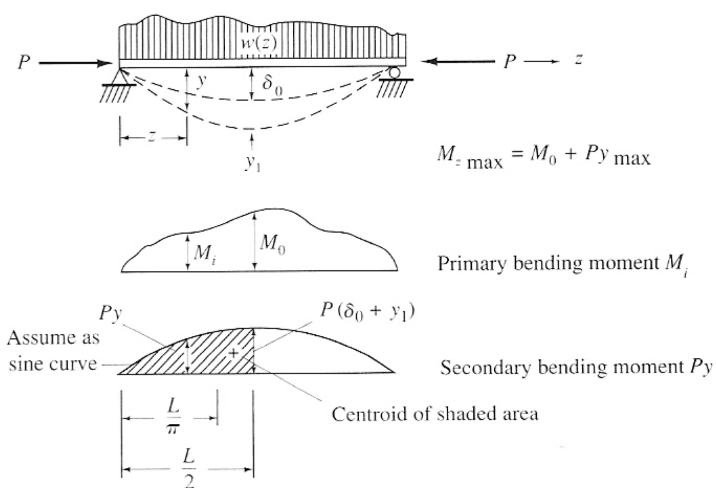
y si el elemento está sometido a un momento uniforme M_1=M_2=M

$$M_{\max} = M \sec\left(\frac{kL}{2}\right)$$

Método 2
(marco arriostrado)

- Para el caso de un elemento sin momentos ni traslación en los extremos y en curvatura simple, se puede determinar una solución aproximada (ver Salmon & Johnson)
- Asumiendo que el momento de segundo orden tiene forma sinusoidal, la deflexión adicional y_1 producida por este momento se puede determinar usando el método de la carga unitaria

Método 2
(marco arriostrado)



Método 2
(marco arriostrado)

- Entonces

$$y_1 = \frac{P}{EI}(y_1 + d_0)\left(\frac{L}{2}\right)\frac{2}{p}\left(\frac{L}{p}\right) = (y_1 + d_0)\frac{PL^2}{p^2 EI} = (y_1 + d_0)\frac{P}{P_e}$$

despejando y_1

$$y_1 = d_0\left[\frac{P/P_e}{1 - P/P_e}\right] = d_0\left(\frac{a}{1-a}\right)$$

Método 2
(marco arriostrado)

- El momento máximo es entonces

$$M_{\max} = M_0 + P \cdot y_{\max} = M_0 + P \cdot (y_1 + d_0)$$

reemplazando y_1 y factorizando, se puede expresar el momento máximo como

$$M_{\max} = M_0 B_1 = M_0 \frac{C_m}{1-a}$$

donde

$$C_m = 1 + \left(\frac{p^2 EI d_0}{M_0 L^2} - 1\right)a$$

Ingeniería Civil
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

TABLE 12.3.1 SUGGESTED VALUES FOR C_m FOR SITUATIONS WITH NO JOINT TRANSLATION[a]

Case		C_m (positive moment)	C_m (negative moment)	Primary Bending Moment
1		$1 + 0.2\alpha$†	—	M_m
2		1.0	—	M_m
3		$1 - 0.2\alpha$	—	M_m
4		$1 - 0.3\alpha$	$1 - 0.4\alpha$	M_m
5		$1 - 0.4\alpha$	$1 - 0.4\alpha$	M_m
6		$1 - 0.4\alpha$	$1 - 0.3\alpha$	M_m
7		$1 - 0.6\alpha$	$1 - 0.2\alpha$	M_m
8	$M_A \neq M_B$	Eq. (12.3.8)	not available	M_m

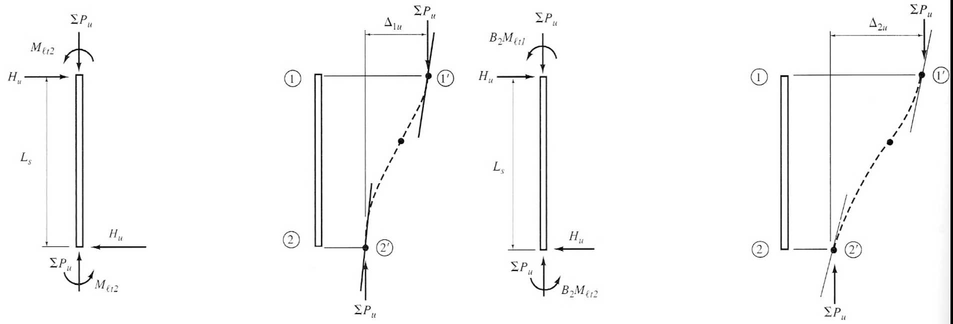
[a] Adapted from LRFD Commentary-Table C-C1.1 [1.17].

† $\alpha = \dfrac{P}{P_e/FS}$ for ASD ; $\alpha = \dfrac{P_u}{P_e} = \dfrac{P_u}{\pi^2 E/(KL/r)^2}$ for LRFD

(reproducido de Salmon & Johnson)

Momento de 2º orden (marco no arriostrado)

- Para el caso más general



Análisis de 1er orden

$$M_{lt1} + M_{lt2} = H_u L_s$$

Análisis de 2do orden

$$B_2\left(M_{lt1} + M_{lt2}\right) = H_u L_s + \sum P_u \Delta_{2u}$$

Momento de 2º orden (marco no arriostrado)

- Considerando proporcionalidad entre desplazamiento y fuerza para el análisis de 1er orden $\Delta_{1u} = h \cdot H_u$

  y aplicando el mismo principio entre el desplazamiento de 2do orden y la carga lateral equivalente de 2do orden resulta

$$B_2 = \frac{1}{1 - \sum P_u \left(\frac{\Delta_{1u}}{H_u L_s} \right)}$$

AISC Specification for Structural Steel Buildings (Cap. C)

- El momento máximo en un elemento considerando los efectos de 2do orden puede calcularse directamente en el análisis o utilizando el método de amplificación de los resultados del análisis elástico de 1er orden, donde

$$M_r = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt}$$
$$P_r = P_{nt} + B_2 P_{lt}$$

AISC Specification for Structural Steel Buildings

- El factor B_1 considera el efecto de amplificación del diagrama de momento sin considerar traslación de los nudos (P-δ) y se calcula como

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - a\, P_r / P_{el}} \geq 1$$

con $P_r = P_{nt} + P_{lt}$ $\quad P_{el} = \dfrac{p^2 EI}{(K_1 L)^2}$ $\quad C_m = 0{,}6 - 0{,}4\dfrac{M_1}{M_2}$

(No hay cargas en el tramo)

Ingeniería Civil FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

AISC Specification for Structural Steel Buildings

- El factor B_2 considera el efecto de amplificación del diagrama de momento debido a traslación de los nudos (P-Δ) y se calcula como

$$B_2 = \frac{1}{1 - a \sum P_{nt} / \sum P_{e2}} \geq 1$$

con

$$\sum P_{e2} = R_M \frac{\sum HL}{\Delta_H} \qquad a = \begin{cases} 1 & LRFD \\ 1{,}6 & ASD \end{cases}$$

$$R_M = \begin{cases} 1 & \text{marcos arriostrados} \\ 0{,}85 & \text{otros} \end{cases}$$

Ingeniería Civil FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE