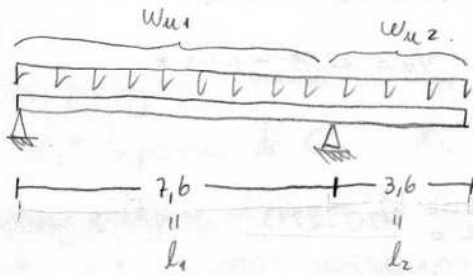


Ejemplo Adherencia:

Para la viga:



$$w_{u2} = 6,13 \text{ [KN/m]}$$

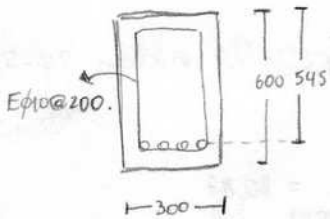
$$w_{u1} = 49,62 \text{ [KN/m]}$$

$$f'_c = 20 \text{ [MPa]}$$

$$f_y = 420 \text{ [MPa]}$$

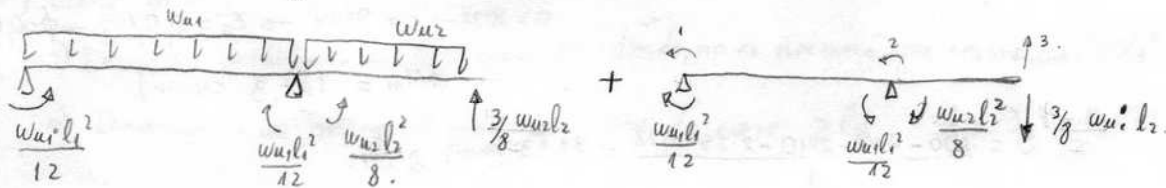


Determine los puntos de corte para las barras correspondientes al refuerzo para momento positivo.



$$A_s = 2\phi 25 + 2\phi 28 = 2213 \text{ [mm}^2\text{]}$$

Calculando el diagrama de momento se tiene:

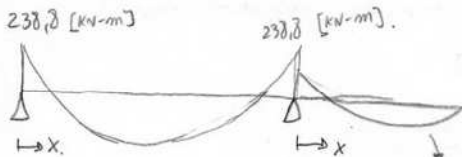


$$K = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{l_1} & \frac{2EI}{l_1} & 0 \\ \frac{2EI}{l_1} & \frac{4EI}{l_1} + \frac{3EI}{l_2} & -\frac{3EI}{l_2} \\ 0 & -\frac{3EI}{l_2} & \frac{3EI}{l_2} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} -\frac{w_{u1}l_1^2}{12} \\ \frac{w_{u1}l_1^2}{12} - \frac{w_{u2}l_2^2}{8} \\ -\frac{3}{8}w_{u2}l_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{con } EI = 1,135 \cdot 10^{14} \text{ [N-mm}^2\text{]}$$

$$\begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0,0076 \\ 0,0071 \\ 24,46 \end{Bmatrix}$$

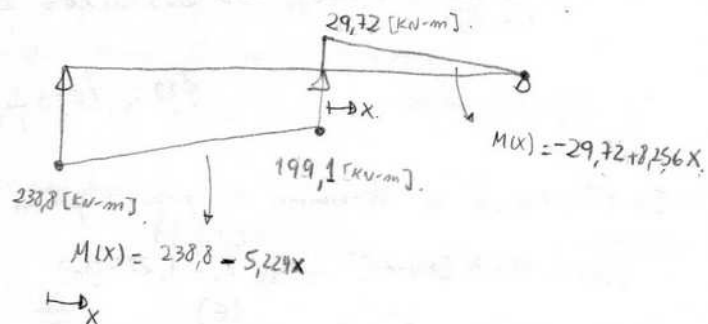


$$M(x) = -\frac{w_{u1}l_1^2}{12} + \frac{w_{u1}l_1}{2}x - \frac{w_{u1}}{2}x^2$$

$$M(x) = -238,8 + 188,6x - 24,81x^2$$

$$M(x) = -\frac{w_{u2}l_2^2}{8} + \frac{w_{u2}l_2}{2}x - \frac{w_{u2}}{2}x^2$$

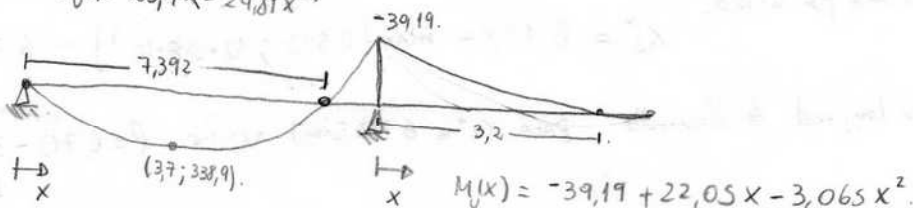
$$M(x) = -9,931 + 13,79x - 3,065x^2$$



$$M(x) = 238,8 - 5,224x$$

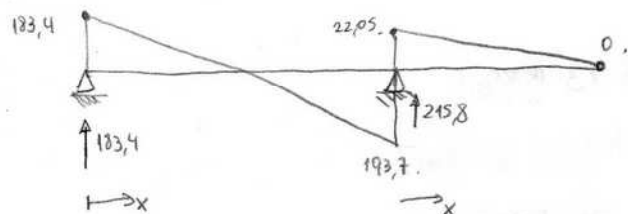
Resultando finalmente:

$$M(x) = 183,4x - 24,81x^2$$



$$M(x) = -39,19 + 22,05x - 3,065x^2$$

y el corte



Tramo 1: $V_u = 183,4 - 49,62x$

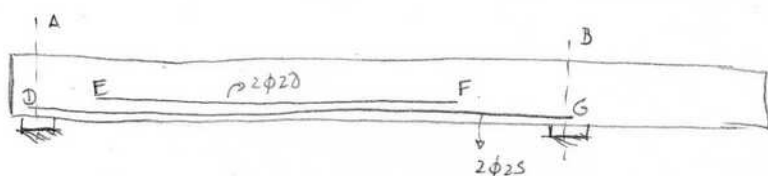
Tramo 2: $V_u = 22,05 - 6,125x$

Calculo de Momento nominal: $A_s = 2213 \text{ [mm}^2\text{]} \rightarrow a = \frac{420 \cdot 2213}{0,85 \cdot 20 \cdot 300} = 182,2 \text{ [mm]}$

$M_n = 420 \cdot 2213 \left(545 - \frac{182,2}{2} \right) = 421,9 \text{ [kN}\cdot\text{m]}$

Dado $a = 182,2 \text{ mm} \rightarrow c = 214,4 \rightarrow E_s = 0,003 \frac{(545 - 214,4)}{214,4} = 0,0046 \rightarrow \phi = 0,87 \Rightarrow \phi M_n = 367,1 \text{ [kN}\cdot\text{m]}$

Condición de corte 1: Al menos $\frac{1}{3}$ de A_s debe extenderse hasta los apoyos. $\rightarrow$ A los apoyos se extienden $2\phi 25$



ϕM_n para $2\phi 25$:

$a = \frac{420 \cdot 982}{0,85 \cdot 20 \cdot 300} = 80,87$

$M_n = 420 \cdot 982 \left(545 - \frac{80,87}{2} \right) = 208,1 \text{ [kN}\cdot\text{m]}$

$a = 80,87 \rightarrow c = 95,14 \rightarrow E_s = 0,0142 \rightarrow \phi = 0,9$

$\phi M_n = 187,3 \text{ [kN}\cdot\text{m]}$

Longitud de desarrollo:

$S = \frac{300 - 2 \cdot 40 - 2 \cdot 10 - 2 \cdot 25 - 2 \cdot 28}{3} = 31,33 \text{ [mm]} \geq d_b$

Recible $\geq 600 - 545 - 28/2 = 41 \text{ mm} \geq d_b$

caso $\phi 25$ y $\phi 28$.

$A_{v,min} \rightarrow A_{v,min} = 0,062 \cdot \frac{\sqrt{20}}{420} \cdot 300 \cdot 250 = 49,51 \text{ mm}^2$
 $0,35 \cdot \frac{300 \cdot 250}{420} = 62,5 \text{ mm}^2$
 $A_{v,min} = 62,5 \text{ [mm}^2\text{]} \leq A_v = 157 \text{ [mm}^2\text{]}$

$\Rightarrow l_d = \frac{1}{1,7} \frac{f_y}{\sqrt{f_c}} \psi_e \psi_s \psi_t \cdot d_b \rightarrow \phi 25 : l_d = \frac{1}{1,7} \cdot \frac{420}{\sqrt{20}} \cdot 1 \cdot 25 = 1381 \text{ [mm]}$

$\phi 28 : l_d = \frac{1}{1,7} \cdot \frac{420}{\sqrt{20}} \cdot 1 \cdot 28 = 1547 \text{ [mm]}$

En 1ª instancia se determinan los pros a partir de los cuales solo es necesario el refuerzo $A_s = 2\phi 25$.

$\phi M_n = 187,3 \text{ [kN}\cdot\text{m]} \rightarrow X_1^* = 1,224 \text{ [m]} ; X_2^* = 6,168 \text{ [m]}$
 (E) (F)

a) Corte en F: $\rightarrow$ Barra debe extenderse al menos el máximo entre d y $12d_b$ más allá del pro donde no es necesaria por diseño.

$X_2^* = 6,168 + \max \{ 0,545 ; 12 \cdot 28 \cdot 10^{-3} \} = 6,713 \text{ [m]}$

$\rightarrow$ Barra debe alanzar su longitud de desarrollo: PARA $X_2^* = 6,713 \text{ [m]}$ se tiene $l = 6,713 - 3,7 = 3,013 \geq l_d //$

$\rightarrow$ Pro de momento máximo

Ejemplo Adherencia

b) Corte en G:

-) Barras deben prolongarse al menos 150 mm dentro del apoyo (el $\frac{1}{3}$ de A_s máximo correspondiente a $2\phi 25$)

Llamemos X_4^* la posición de G: $X_4^* = 7,6 + 0,15 = 7,75 \text{ [m.]}$

-) Barras deben prolongarse al menos l_d desde el corte de barras adyacentes.

$$l = X_4^* - X_2^* = 7,75 - 6,713 = 1037 \text{ mm} \leq 1381 \text{ [mm]} = l_{d,s}$$

$$\Rightarrow X_4^* = X_2^* + 1381 = 8,094 \text{ [m]} \approx 8,1 \text{ [m.]}$$

-) Ptos de inflexión: Para momento positivo, tras pto de inflexión debe cumplirse: $l_d \leq \frac{M_m}{V_u} + l_a$

$$l_d = 1381 \text{ [mm]} \leq \frac{208,1}{1183,4 - 49,62 - 7,392} + l_a$$

↓
pto inflexión

$$\text{con } l_a \leq \max \{ d, 12d_b \} = 0,545 \text{ [m]}$$

$$l_a \leq X_4^* - 7,392 = 0,708 \text{ [m]}$$

$$l_a = 0,545 \text{ [m]}$$

$$l_d = 1381 \text{ [mm]} \leq 1680 \text{ [mm]} \quad \underline{\text{OK}}$$

c) Corte en E:

-) Extensión de la barra en d^* desde pto donde no es necesaria por resistencia: $X_1^* = 1,224 - 0,545 = 0,679 \text{ [m]}$

-) Distancia desde momento máximo a pto de corte $\geq l_d$: $l = 3,7 - 0,679 = 3,021 \text{ [m]} \geq l_d = 1547 \text{ [mm]}$

d) Corte en D:

-) extensión de barras a 150 mm dentro del apoyo: Llamando X_3^* la posición de D resulta $X_3^* = -150 \text{ [mm]}$

-) barras deben tener largo $\geq l_d$ desde corte de adyacentes

$$l = X_1^* - X_3^* = 0,679 + 0,150 = 829 \text{ [mm]} \leq l_d = 1381 \text{ [mm]} \quad \rightarrow \text{NO CUMPLE}$$

Existen múltiples soluciones para lograr la condición: + Alargar la viga hacia la izquierda

+ Disponer ganchos en los apoyos

+ Usar barras de menor diámetro

+ Extender todas las barras hasta el apoyo ✓

-) Puntos de inflexión: Para el caso de apoyo simple debe cumplirse:

$$l_d = 1547 \text{ mm} \leq 1,3 \cdot \frac{208,1}{1183,4} + l_a = 1625 \text{ [mm]} \quad \underline{\text{OK}}$$

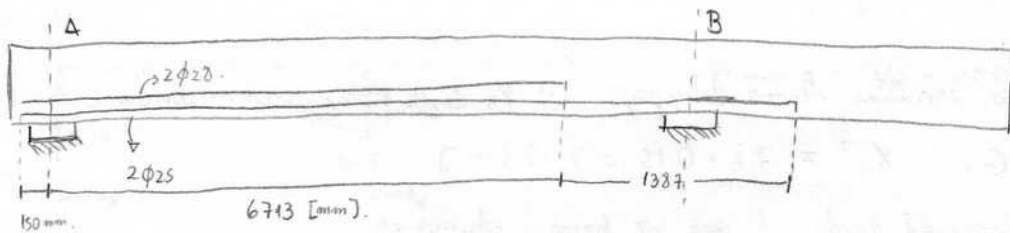
↓
CASO más desfavorable

↓
150 mm

$$l_d \leq 1,3 \frac{M_m}{V_u} + l_a$$

Esta se va a cumplir

Resultando:



Lo único que resta ahora es verificar que aquellas barras cortadas en una zona de tracción (sólo punto F en este ejemplo) pueden ser cortadas, para ello se calcula 1º la capacidad por corte:

$$\phi V_n = \phi (V_c + V_s) = \phi \left(0,17 \sqrt{f_c'} b_w d + \frac{A_v f_y d}{s} \right) = 0,75 \left(0,17 \cdot \sqrt{20} \cdot 300 \cdot 545 + \frac{157 \cdot 420 \cdot 545}{200} \right)$$

$$\phi V_n = 228 \text{ [kN]}.$$

$$V_u \text{ en el pro de corte: } |V_u^*| = |183,4 - 49,62 \cdot 6,713| = 149,7 \text{ [kN]}.$$

Debe cumplirse Alguna de las condiciones:

$$\bullet V_u \leq \frac{2}{3} \phi V_n \rightarrow 149,7 \text{ [kN]} \leq \frac{2}{3} \cdot 228 \text{ [kN]} \rightarrow 149,7 \text{ [kN]} \leq 152 \text{ [kN]} \quad \underline{\text{OK}}.$$

$$\bullet \text{ Área que continúa } \geq 2 \cdot \text{ Área requerida en pro de corte para flexión: } \wedge V_u \leq \frac{3}{4} \phi V_n.$$

$$\text{Área requerida para flexión en pro de corte: } a = \frac{420 \cdot A_s}{0,85 \cdot 20 \cdot 300} = 0,0824 A_s. \quad \downarrow \text{ cumple.}$$

$$M_u^* = 183,4 \cdot 6,713 - 24,81 \cdot 6,713^2 = 113,1 \text{ [kN-m]}$$

$$\frac{M_u}{\phi} = \frac{113,1 \cdot 10^6}{0,9} = 420 \cdot A_s \left(545 - \frac{0,0824 A_s}{2} \right) \rightarrow A_s^{\text{req}} = 573,9 \text{ mm}^2 \rightarrow a = 47,29 \text{ [mm]}.$$

$$(c = 55,64 \text{ mm})$$

$$\hookrightarrow \epsilon_s = 0,0264 \rightarrow \phi = 0,9 \quad \underline{\text{OK}}$$

$$\text{Luego } A_v^{\text{req}} \geq \frac{A_v^{\text{prop}}}{2} \quad \left(573,9 \text{ mm}^2 \geq \frac{982 \text{ mm}^2}{2} \right) \quad \underline{\text{NO cumple}}$$

• Estribos a una distancia $\frac{3}{4} d$ del pro de corte exceden lo requerido, el área en exceso debe cumplir.

$$A_v \geq 0,42 \frac{b_w \cdot s}{f_y} \quad s \leq \frac{d}{8 \phi_b} \rightarrow \text{No se cumple pues } s = 200 \nless \frac{545}{8 \cdot \frac{1232}{2213}} = 122,4 \text{ [mm]} \quad \underline{\text{NO}}.$$

Como cumple 1 de las condiciones, se puede hacer el corte en F en el pro antes establecido.