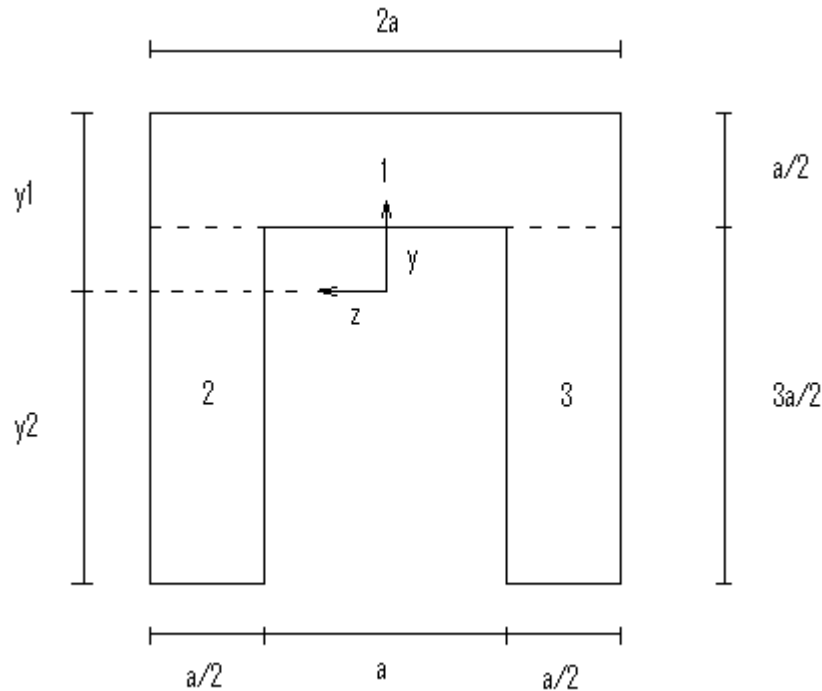


CI32C-02 Pauta Pregunta 3 Control 2



Cálculo de propiedades geométricas:

Coordenada del centro de gravedad de cada rectángulo, desde la parte superior:

$$y_{cg1} = \frac{a}{4} \quad y_{cg2} = y_{cg3} = \frac{a}{2} + \frac{3a}{4} = \frac{5a}{4}$$

$$A_1 = 2a \frac{a}{2} = a^2 \quad A_2 = A_3 = \frac{a}{2} \frac{3a}{2} = \frac{3}{4}a^2 \quad A = \sum_{i=1}^3 A_i = \frac{5}{2}a^2$$

$$y_1 = \frac{y_{cg1}A_1 + y_{cg2}A_2 + y_{cg3}A_3}{A} = \frac{17}{20}a = 0,85a \quad y_2 = 2a - y_1 = \frac{23}{20}a = 1,15a$$

$$I_{z1} = \frac{1}{12} \left(\frac{a}{2} \right)^3 2a = \frac{1}{48}a^4 \quad d_1 = y_1 - y_{cg1} = \frac{3}{5}a$$

$$I_{z2} = I_{z3} = \frac{1}{12} \left(\frac{3a}{2} \right)^3 \frac{a}{2} = \frac{9}{64}a^4 \quad d_2 = d_3 = y_{cg2} - y_1 = \frac{2}{5}a$$

$$I_z = \sum_{i=1}^3 I_{zi} + d_i^2 A_i = \frac{433}{480}a^4 \approx 0,90a^4$$

$$I_y = \frac{1}{12}(2a)^3 2a - \frac{1}{12}(a)^3 \frac{3}{2}a = \frac{29}{24}a^4 \approx 1,21a^4$$

Núcleo central: $1 + \frac{y_0 y}{I_z/A} + \frac{z_0 z}{I_y/A} = 0$

Reemplazando se llega a: $1 + \left(\frac{1200}{433a^2}\right)y_0 y + \left(\frac{60}{29a^2}\right)z_0 z = 0$

Caso 1: $y = 0,85a \wedge z_0 = 0$

$$y_0 = \frac{-433}{1020}a \approx -0,42a$$

Caso 2: $y = -1,15a \wedge z_0 = 0$

$$y_0 = \frac{433}{1380}a \approx 0,31a$$

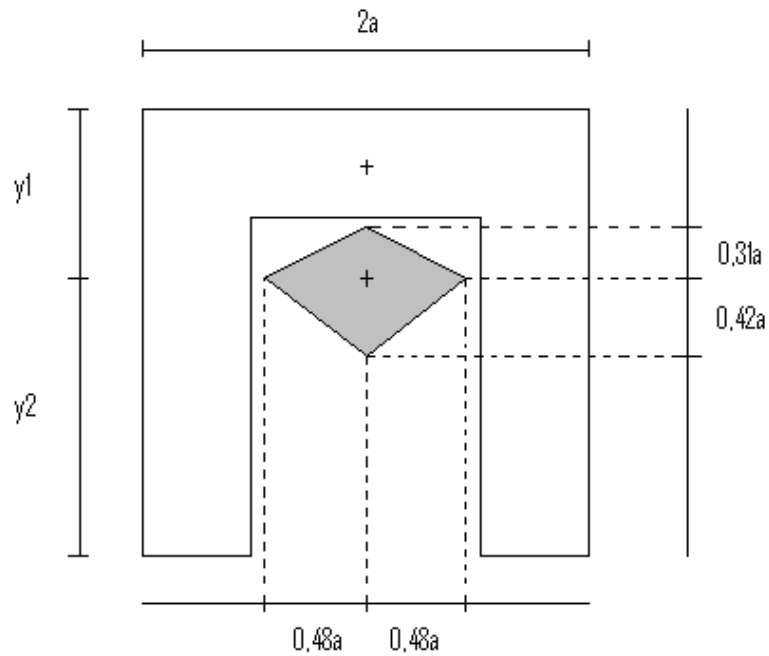
Caso 3: $y_0 = 0 \wedge z = a$

$$z_0 = \frac{-29}{60}a \approx -0,48a$$

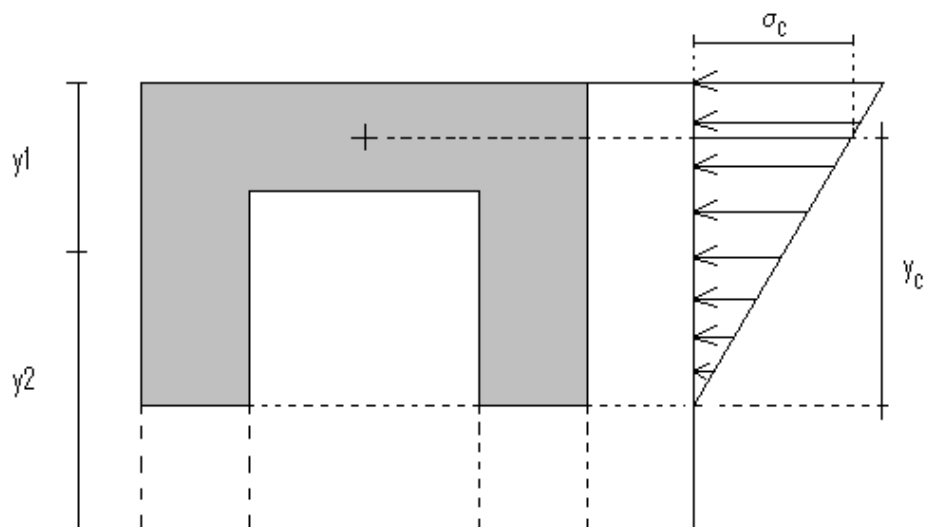
Caso 4: $y_0 = 0 \wedge z = -a$

$$z_0 = \frac{29}{60}a \approx 0,48a$$

Dibujo:



Al aplicar la carga fuera del centroide de la sección se genera un momento flector. Suponemos una distribución lineal de tensiones en la sección, la tensión bajo la línea neutra es nula dado que el material no resiste tracción. La línea neutra no está a la altura del centroide dado que existe esfuerzo axial:



El esfuerzo axial es: $N = -P_0$

El momento de flexión (con respecto a la nueva línea neutra) es: $M = y_c P_0$

Se escribe la tensión normal en función de los valores σ_c e y_c :

$$\sigma(y) = -\left(\frac{\sigma_c}{y_c}\right)y$$

Entonces:

$$N = \iint_A \sigma dA = \iint_A -\left(\frac{\sigma_c}{y_c}\right)y dA = -\left(\frac{\sigma_c}{y_c}\right) \iint_A y dA = -\left(\frac{\sigma_c}{y_c}\right)S$$

$$M = -\iint_A \sigma y dA = \iint_A \left(\frac{\sigma_c}{y_c}\right)y^2 dA = \left(\frac{\sigma_c}{y_c}\right) \iint_A y^2 dA = \left(\frac{\sigma_c}{y_c}\right)I$$

Donde S e I son el momento de área y el momento de inercia de la sección en compresión con respecto a la línea neutra. Tenemos:

$$P_0 = \left(\frac{\sigma_c}{y_c}\right)S \quad (1) \quad y_c P_0 = \left(\frac{\sigma_c}{y_c}\right)I \quad (2)$$

Dividiendo (1) por (2) se tiene: $y_c = \frac{I}{S}$

$$I = \frac{1}{3}\left(y_c + \frac{a}{4}\right)^3 2a - \frac{1}{3}\left(y_c + \frac{a}{4} - \frac{a}{2}\right)^3 a$$

$$S = \left(y_c + \frac{a}{4}\right)^2 a - \left(y_c + \frac{a}{4} - \frac{a}{2}\right)^2 \frac{a}{2}$$

$$y_c = \frac{\frac{1}{3}\left(y_c + \frac{a}{4}\right)^3 2a - \frac{1}{3}\left(y_c + \frac{a}{4} - \frac{a}{2}\right)^3 a}{\left(y_c + \frac{a}{4}\right)^2 a - \left(y_c + \frac{a}{4} - \frac{a}{2}\right)^2 \frac{a}{2}}$$

Resolviendo la ecuación se encuentra: $y_c \approx 0,5888a$

Momento de área: $S \approx 0,6462a^3$

Valor de la compresión a la altura de aplicación de la carga: $\sigma_c = \frac{P_0 y_c}{S} = \frac{0,9112P_0}{a^2}$

Tensión de compresión máxima: $\sigma_{Cm\acute{a}x} = -\left(\frac{\sigma_c}{y_c}\right)\left(y_c + \frac{a}{4}\right) = \frac{-1,2980P_0}{a^2} = -20,77p$

Porcentaje de área comprimida: $\frac{A_c}{A} = \frac{\left(y_c + \frac{a}{4}\right)2a - \left(y_c + \frac{a}{4} - \frac{a}{2}\right)a}{\frac{5}{2}a^2} = \frac{1,3388a^2}{2,5a^2} = 53,55\%$