Equilibrio.

Un sistema estructural está en equilibrio si las restricciones no permiten un movimiento de cuerpo rígido (rígido en el sentido que los desplazamientos por deformación son despreciables respecto del tamaño de la estructura).

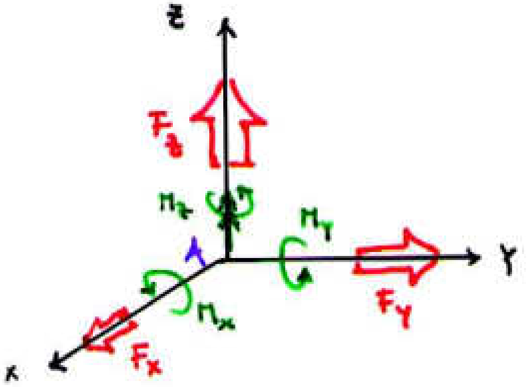
Ecuaciones básicas

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

$$\Sigma \vec{M}_A = 0 \quad \equiv \quad \Sigma \vec{r}_A \times \vec{F} = 0$$

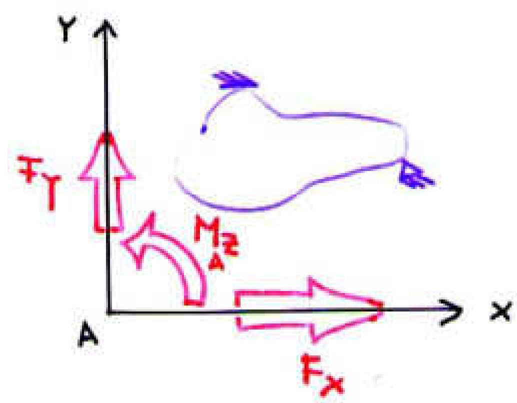
$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma F_z = 0 \end{array} \right. \qquad \left\{ \begin{array}{l} \Sigma M_{Ax} = 0 \\ \Sigma M_{Ay} = 0 \\ \Sigma M_{Az} = 0 \end{array} \right.$$

caso general $\mathbb{R}^3$



Para efectos del curso se analizarán habitualmente estructuras planas, es decir, aquellas que quedan esquematizadas en un plano, al igual que sus deformaciones.

$$\Rightarrow \quad \begin{array}{l} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma M_{Az} = 0 \end{array}$$

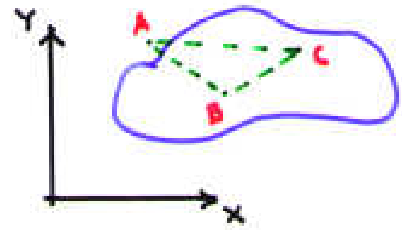


EL sistema de ecuaciones anteriores se puede traducir en un sistema equivalente:

$$\sum M_{z_A} = 0$$

$$\sum M_{z_B} = 0$$

$$\sum M_{z_C} = 0$$

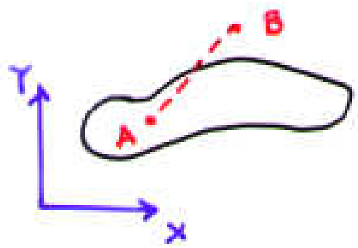


siempre que A, B y C sean puntos del plano X-Y y que formen un triángulo.

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum M_{z_A} = 0$$

$$\sum M_{z_B} = 0$$

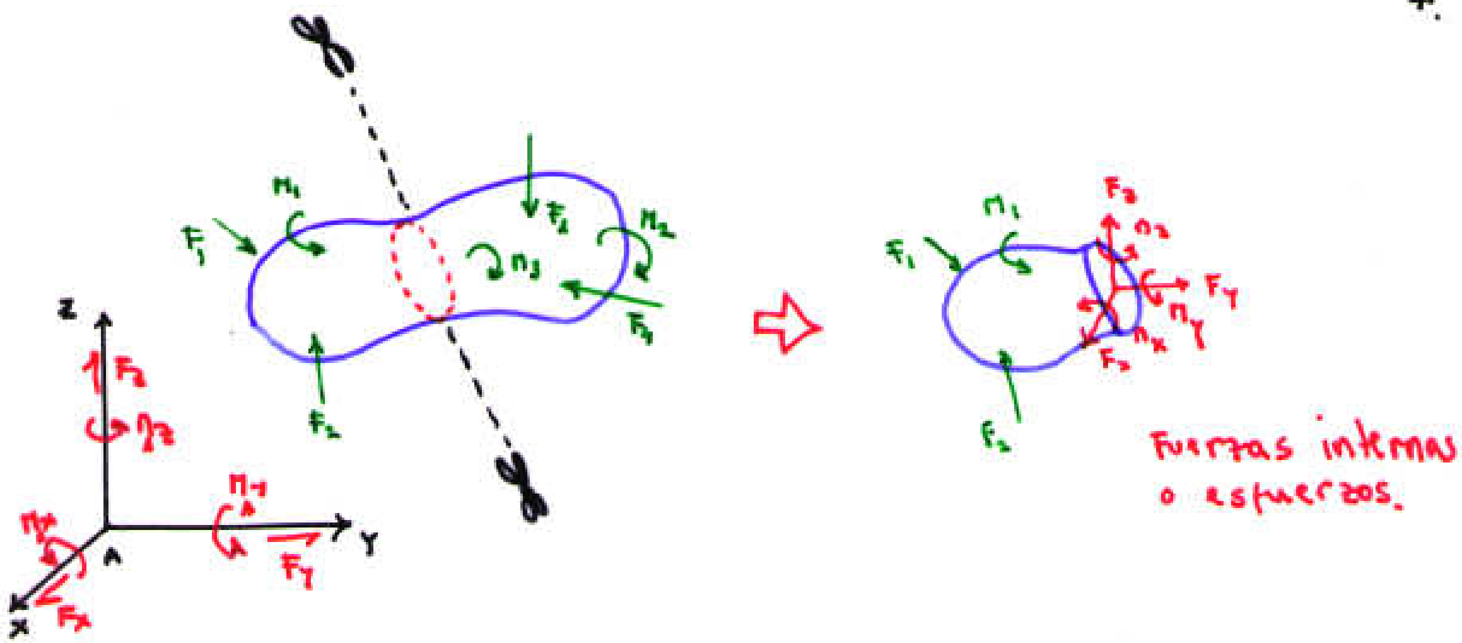


siempre que AB NO sea perpendicular a X.
(análogo para otro eje).

.... paréntesis informativo .....

Fuerzas y momentos → Esfuerzos.

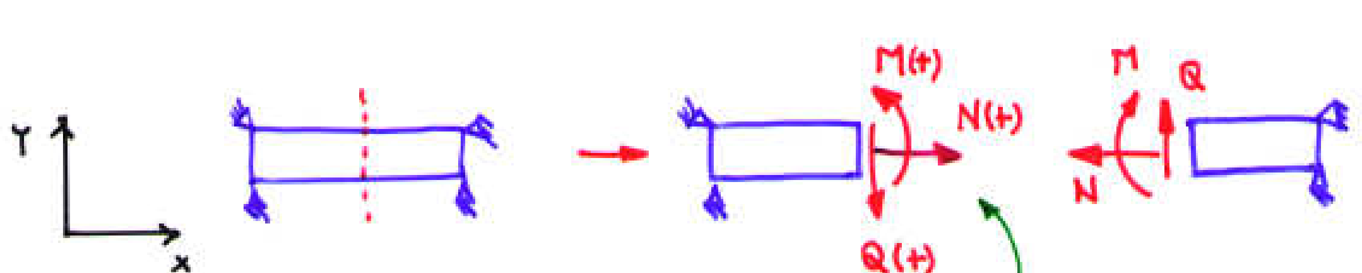
Las ecuaciones de equilibrio de fuerza y momento en $\mathbb{R}^3$ se traducen en ecuaciones para: F_x, F_Y, F_z, M_{x_A}, M_{Y_A} y M_{z_A}. Sin embargo, este equilibrio lo realizamos con las fuerzas y momentos externos. Por el principio de Acción y Reacción, si un cuerpo está en equilibrio con estas acciones externas también debe estarlo en cualquier segmento interno.



Si suponemos que el cuerpo anterior "apunta" en la dirección del eje Y y el "corte" fue realizado en el plano x-z, podríamos decir que:

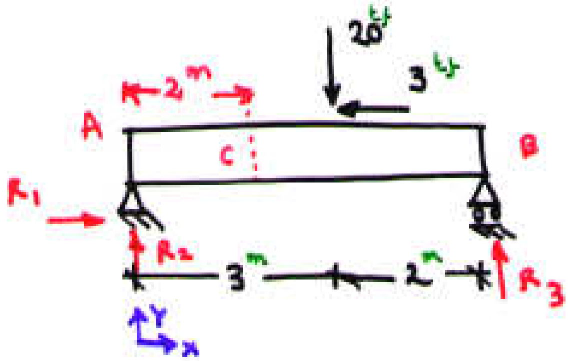
- la fuerza (esfuerzo) F_Y puede representar tracción o compresión axial
- M_Y sería torsión
- M_x y M_z serían flexión en x y z, respectivamente
- F_x y F_z serían corte en x y z, respectivamente

Caso plano (x-y)



convención positiva de signos de esfuerzos.

Ejemplo :



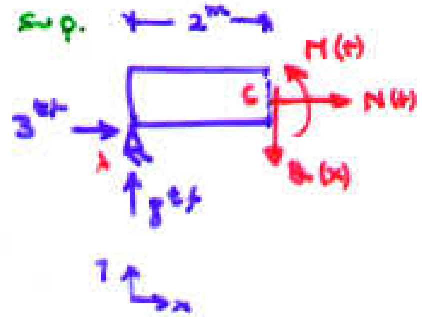
$\Sigma F_x: \quad R_1 - 3^{tf} = 0 \Rightarrow R_1 = 3^{tf}$

$\Sigma F_y: \quad R_2 + R_3 - 20^{tf} = 0$

$\Sigma M_A: \quad R_3 \cdot 5^{m} - 20^{tf} \cdot 3^{m} = 0$

$\Rightarrow R_3 = 12^{tf}$

$\Rightarrow R_2 = 8^{tf}$



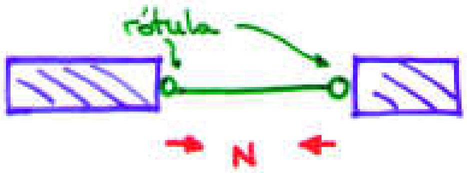
$\Sigma F_x: \quad N + 3^{tf} = 0 \Rightarrow N = -3^{tf}$ el signo (-) significa que es compresión

$\Sigma F_y: \quad 8^{tf} - Q = 0 \Rightarrow Q = 8^{tf}$

$\Sigma M_C: \quad -8^{tf} \cdot 2^{m} + M = 0 \Rightarrow M = 16^{tf \cdot m}$

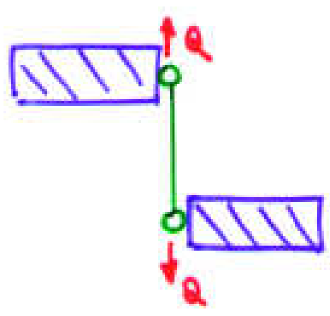
Tipos de uniones internas

(a) Biela



$M = 0$
$Q = 0$
$N \neq 0$

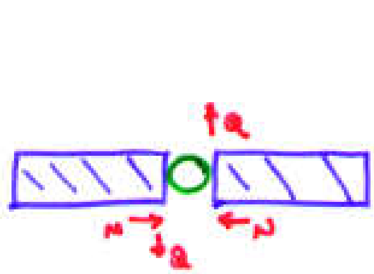
sólo se transmite esfuerzo axial entre elementos



$M = 0$
$N = 0$
$Q \neq 0$

sólo se transmite esfuerzo de corte entre elementos

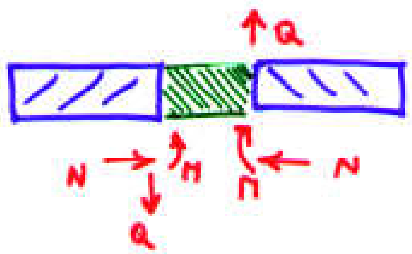
(b) Rótula



$M = 0$
$N \neq 0$
$Q \neq 0$

se transmite esfuerzo axial y de corte.

(c) Soldadura o unión rígida.



$M \neq 0$
$Q \neq 0$
$N \neq 0$

se transmiten todos los esfuerzos flexión, axial y corte

..... volvemos a Equilibrio ....

grados de libertad (g.l.)

corresponde a los movimientos posibles de un sistema.

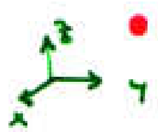
Ej. : barco rígido en el océano.

suponemos que el barco puede hundirse.

- 3 desplazamientos posibles : u_x, u_y y u_z
- 3 giros posibles : φ_x, φ_y y φ_z

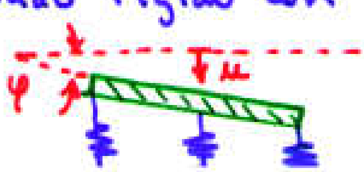
} g.l.=6

Ej. : partícula puntual en el espacio



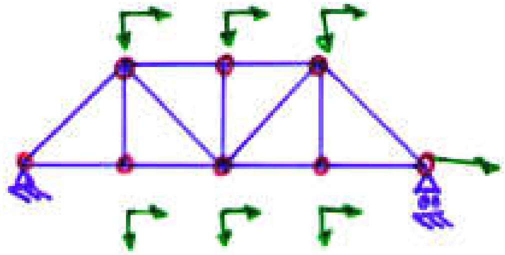
- 3 desplazamientos posibles } g.l.=3

Ej : sólido rígido con apoyo flexible (plano x-y)

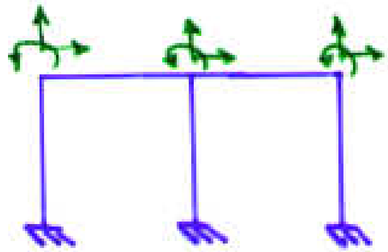


- 1 desplazamiento
- 1 giro

} g.l. = 2

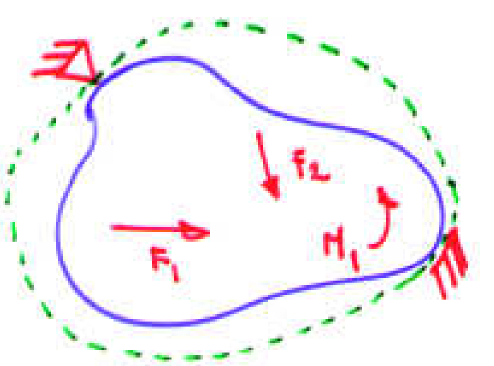


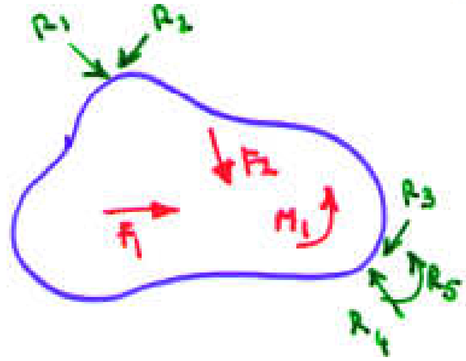
Enrejado articulado con 2 desplazamientos posibles en los nodos libres } g.l. = 13



Marco flexible empotrado con 3 g.l. por nudo libre } g.l. = 9

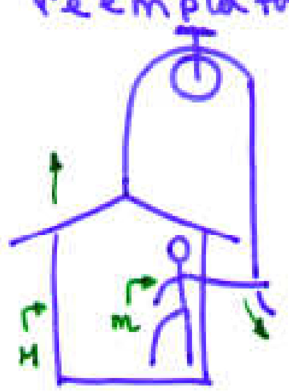
Diagrama de cuerpo libre.

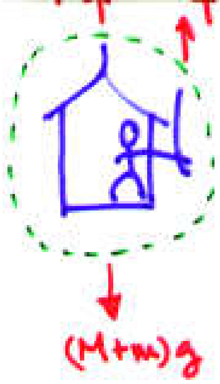




Al aislar un elemento de un sistema se debe equilibrar el sistema "incorporando" todas las acciones reemplazadas.

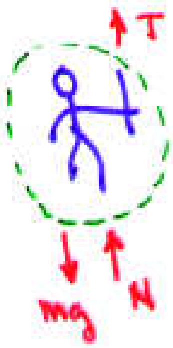
Ej:

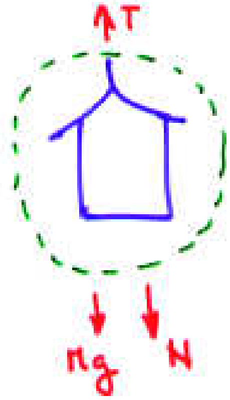




$$2T - (M+m)g = 0$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{(m+M)g}{2}$$





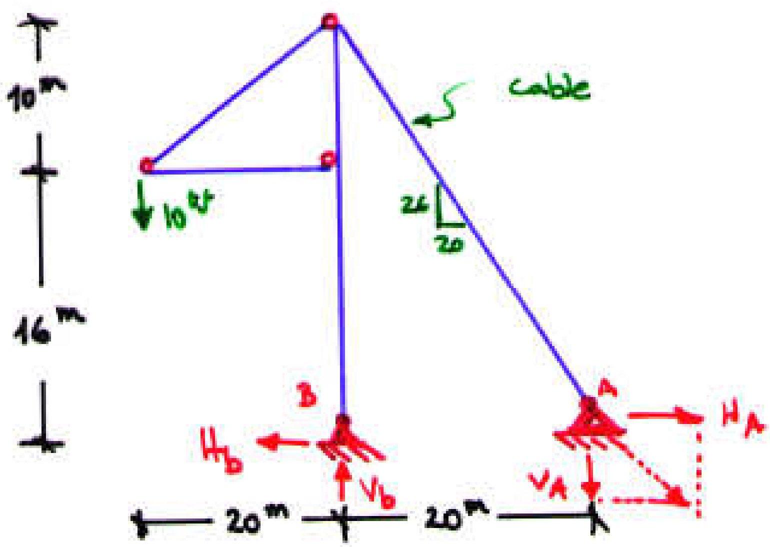
$$T + N - mg = 0$$

$$T - N - Mg = 0$$

$$+ \quad \overline{}$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{(m+M)}{2} g \quad //$$

Ej.: Determinar las reacciones de la estuctura.



$$\sum F_x : \; H_A - H_b = 0$$

$$\sum F_y : \; V_b - V_A - 10^{tf} = 0$$

$$\sum M_B : \; -20^m \cdot V_A + 10^{tf} \cdot 20^m = 0$$

¿3 ec. y 4 incógnitas?

$$\Rightarrow \quad \frac{V_A}{H_A} = \frac{26}{20}$$

∴ 4 ec. y 4 incog. ok.

$$\Rightarrow \quad V_A = 10^{tf}$$

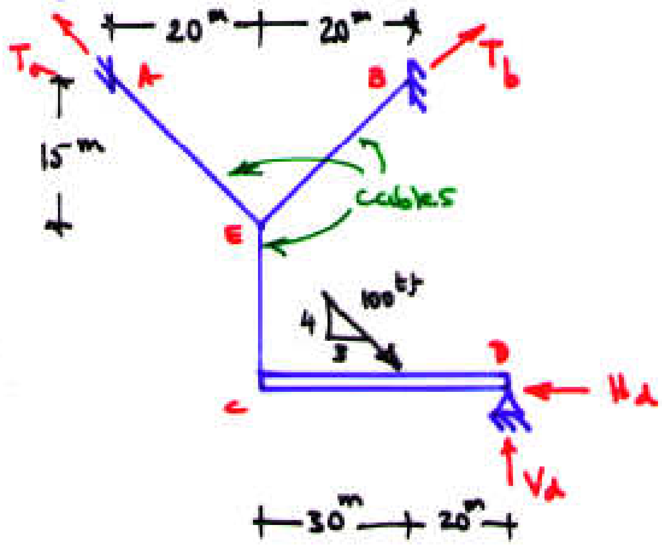
$$V_b = 20^{tf}$$

$$H_A = H_b = 10 \cdot \frac{20}{26} = 7{,}7^{tf}.$$

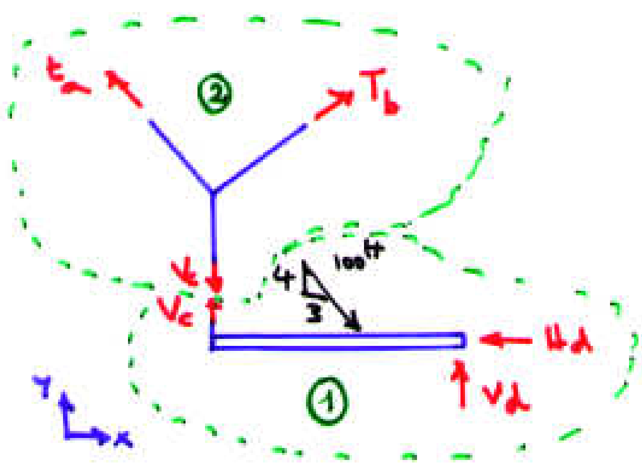
Sistemas compuestos

Corresponde a la composición de 2 o más estructuras.

Ej: Determinar las reacciones de la estructura compuesta



¿3 ecuaciones y 4 incógnitas?



① $\Sigma F_x : -H_d + 100^{tf} \times \frac{3}{5} = 0$

$\Sigma F_y : V_c + V_d - 100^{tf} \times \frac{4}{5} = 0$

$\Sigma M_c : V_d \cdot 50^m - 100^{tf} \cdot \frac{4}{5} \cdot 30^m = 0$

$\Rightarrow H_d = 60^{tf}$
$V_d = 48^{tf}$
$V_c = 32^{tf}$

② $\Sigma F_x : -T_a \cdot \frac{4}{5} + T_b \cdot \frac{4}{5} = 0 \quad \Rightarrow T_a = T_b$

$\Sigma F_y : (T_a + T_b) \cdot \frac{3}{5} - V_c = 0 \quad \Rightarrow T_a = T_b = \frac{V_c}{2} \cdot \frac{5}{3} = 26{,}7^{tf}$