TEOREMA DEL TRANSPORTE DE REYNOLDS

Sistema y Volumen de Control

- **Sistema:** conjunto de partículas de fluido que se desplaza, cambia de forma, cambia sus propiedades, pero contiene siempre las mismas partículas, es decir, la misma cantidad de materia.

- **Volumen de Control:** volumen fijo en el espacio, limitado por una superficie cerrada única e invariable (**superficie de control**). Un volumen de control dentro de un flujo es ocupado por partículas que entran y salen a través de la superficie de control.

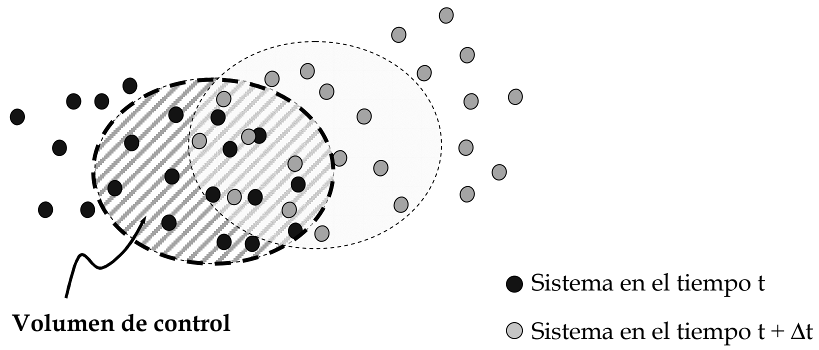
Sean:

N una propiedad extensiva

η la propiedad intensiva (o específica)

$$N = \int_{\text{masa}} \eta \, dm = \int_{\text{volumen}} \eta\rho \, dV$$

Busquemos una expresión para $\dfrac{dN}{dt}$



Podemos distinguir tres volúmenes bien definidos:

- **I** Pertenece al volumen de control, pero no contiene partículas del sistema en el instante t + Δt.
- **II** Pertenece al volumen de control y contiene partículas del sistema en los instantes t y t + Δt.
- **III** Volumen opupado por las partículas del sistema que en el tiempo t + Δt han salido del volumen de control

Determinemos la tasa de cambio de N : $\frac{dN}{dt}$

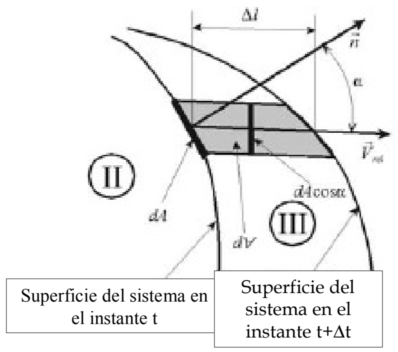
$$N_{SIST_{t+\Delta t}} - N_{SIST_t} = \left(\int_{II} \eta\cdot\rho\cdot dV + \int_{III} \eta\cdot\rho\cdot dV\right)_{t+\Delta t} - \left(\int_{II} \eta\cdot\rho\cdot dV\right)_t$$

$$\frac{N_{SIST_{t+\Delta t}} - N_{SIST_t}}{\Delta t} = \frac{\left(\int_{II} \eta\cdot\rho\cdot dV + \int_{I} \eta\cdot\rho\cdot dV\right)_{t+\Delta t} - \left(\int_{II} \eta\cdot\rho\cdot dV\right)_t}{\Delta t} + \frac{\left(\int_{III} \eta\cdot\rho\cdot dV\right)_{t+\Delta t}}{\Delta t} - \frac{\left(\int_{I} \eta\cdot\rho\cdot dV\right)_{t+\Delta t}}{\Delta t}$$

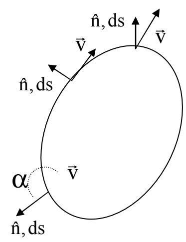
$$\frac{dN}{dt} = \underset{\Delta t\to 0}{\text{lím}} \frac{\left(\int_{II} \eta\cdot\rho\cdot dV + \int_{I} \eta\cdot\rho\cdot dV\right)_{t+\Delta t} - \left(\int_{II} \eta\cdot\rho\cdot dV\right)_t}{\Delta t} + \underset{\Delta t\to 0}{\text{lím}} \frac{\left(\int_{III} \eta\cdot\rho\cdot dV\right)_{t+\Delta t}}{\Delta t} - \underset{\Delta t\to 0}{\text{lím}} \frac{\left(\int_{I} \eta\cdot\rho\cdot dV\right)_{t+\Delta t}}{\Delta t}$$

$$\downarrow \qquad\qquad \int \eta\cdot\rho\cdot v\cdot\cos\alpha\cdot ds - \int \eta\cdot\rho\cdot v\cdot\cos\alpha\cdot ds$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V.C.} \eta\cdot\rho\cdot dV \qquad\qquad \int_{S.C.} \eta\cdot\rho\cdot\vec{v}\cdot\hat{n}\cdot ds$$



$$\int \eta \cdot \rho \cdot v \cdot cos\,\alpha \cdot ds$$



$$-\int \eta \cdot \rho \cdot v \cdot \cos\alpha \cdot ds$$

TEOREMA DEL TRANSPORTE DE REYNOLDS:

$$\boxed{\frac{dN}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{V.C.} \eta \cdot \rho \cdot dV + \int_{S.C.} \eta \cdot \rho \cdot \vec{v} \cdot \hat{n} \cdot ds}$$