

Soluci3nario Aux 2

(1)

Teorema 2.2

Sea M un AFND

$$\Rightarrow \mathcal{L}(M) = \mathcal{L}(M') \quad | \quad M' = \text{det}(M) \quad \text{determinaci3n de } M$$

$$M = (K, \Sigma, \Delta, s, F)$$

$$s' = E(s)$$

$$M' = (K', \Sigma, \delta, s', F')$$

Mostrar que

$$\left. \begin{array}{l} \forall w \in \mathcal{L}(M) \Rightarrow w \in \mathcal{L}(M') \\ \forall w \in \mathcal{L}(M') \Rightarrow w \in \mathcal{L}(M) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Es suficiente demostrar que:

$$\begin{aligned} (q, w) \vdash_M^* (p, \varepsilon) &\Leftrightarrow \\ (E(q), w) \vdash_{M'}^* (p, \varepsilon) & \\ \forall p \in P & \end{aligned}$$

Usaremos inducci3n sobre el tama1o de w

Base $|w| = 0$

$$i) \text{ Si } (q, w) = (q, \varepsilon) \vdash_M^* (p, \varepsilon)$$

$$p \in E(q) \quad \wedge \quad (E(q), \varepsilon) \vdash_{M'}^* (E(q), \varepsilon) \quad \text{(reflexividad)}$$

$$ii) \text{ Si } (E(q), \varepsilon) \vdash_{M'}^* (p, \varepsilon)$$

$$p = E(q) \quad \text{AFD} //$$

$$\text{Sea } p \in P = E(q)$$

$$(q, \varepsilon) \vdash_M^* (p, \varepsilon) \quad \text{por definici3n de } E(q)$$

HJ

$$|w| \leq K$$

$$(q, w) \vdash_M^* (p, \varepsilon) \Leftrightarrow (E(q), w) \vdash_{M'}^* (p, \varepsilon) \quad \forall p \in P$$

(2)

Procedo inductus

$|W| = k+1$

$W = ua$

i) Si $(q, w) \vdash_M^* (p, \varepsilon)$

$$\boxed{(q, ua) \vdash_M^* (r_1, a) \vdash_M (r_2, \varepsilon) \vdash_M^* (p, \varepsilon)}$$

$$\Rightarrow (q, u) \vdash_M^* (r_1, \varepsilon) \quad \forall r_1 \in R$$

$$(E(q), u) \vdash_{M'}^* (R, \varepsilon) \quad r_1 \in R \quad (1)$$

$$(r_1, a, r_2) \in \Delta$$

$$\Rightarrow (R, a) = Q \Rightarrow r_2, p \in Q$$

$$\boxed{(R, a) \vdash_{M'}^* (Q, \varepsilon)} \quad (2)$$

$$\therefore (E(q), ua) \vdash_{M'}^* (R, a) \vdash_{M'}^* (Q, \varepsilon)$$

$$(E(q), ua) \vdash_{M'}^* (Q, \varepsilon), \quad p \in Q$$

ii) Si $(E(q), ua) \vdash_{M'}^* (Q, \varepsilon)$

$$(E(q), ua) \vdash_{M'}^* (R, a) \vdash (Q, \varepsilon)$$

$$\Rightarrow (E(q), u) \vdash_{M'}^* (R, \varepsilon) \Rightarrow (q, u) \vdash_M^* (r, \varepsilon) \quad \forall r \in R$$

$$(R, a) = Q \quad \text{Si } p \in Q$$

1) $\exists r_1 \in R \mid (r_1, a, p) \in \Delta$

2) $\exists r_1 \in R \wedge r_2 \in Q \quad (r_1, a, r_2) \in \Delta \wedge (r_2, \varepsilon) \vdash_M^* (p, \varepsilon)$

$$\therefore (q, u) \vdash_M^* (p, \varepsilon) \quad (r_1, a) \vdash_M^* (p, \varepsilon)$$

Soluci3n Aux-2 (2008-II)

a) Sea L un lenguaje regular
 $\Rightarrow \exists M \mid M$ es un AFD, $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$

$$\boxed{1)} Pref(L) = \{x \mid \exists y \quad xy \in L\} \quad x, y \in \Sigma^*$$

Construcci3n

Sea M_p un AFD $(K', \Sigma', \delta', s', F')$

$$\begin{array}{ll} K' = K & F' = \{q \in K \mid \exists \text{ un camino que va desde } s \text{ hasta } q \in F \text{ que incluye a } q\} \\ \Sigma' = \Sigma & \\ s' = s & \delta' = \delta \end{array}$$

Conexi3n de la construcci3n

1) Sea $w \in L$, $w = xy$

$$(s, w) = (s, xy) \xrightarrow{*}_M (q, y) \xrightarrow{*}_M (f, \epsilon) \quad f \in F$$

pero $q \in F'$ por definici3n
 $s' = s$

$s \rightsquigarrow q \rightsquigarrow f$

$$\Rightarrow (s', x) \xrightarrow{*}_{M'} (q, \epsilon) \quad \therefore x \in Pref(L)$$

2) Sea $x \in Pref(L)$

$$\Rightarrow (s', x) \xrightarrow{*}_{M'} (q, \epsilon) \quad q \in F'$$

pero por definici3n $q \xrightarrow{y} f \quad f \in F \mid \exists y \in \Sigma^* \mid (q, y) \xrightarrow{*}_M (f, \epsilon)$

$$\Rightarrow s' = s$$

$$(s, x) \xrightarrow{*}_M (q, \epsilon) \quad (q, y) \xrightarrow{*}_M (f, \epsilon) \quad \Rightarrow (s, xy) \xrightarrow{*}_M (f, \epsilon)$$

La construcci3n es correcta //

12

5.6 $\text{Suf}(L) = \{ y, \exists x \text{ } xy \in L \mid y, x \in \Sigma^* \}$

Por construcción

Construiremos un AFND (M')

$$M' = (K', \Sigma', \Delta', s', F')$$

$$\Delta \subseteq K \times \Sigma^* \times K$$

$$\begin{aligned} s' &= s \\ K' &= K \cup \{s'\} \\ F' &= F \end{aligned}$$

$$\Sigma' = \Sigma$$

$$\forall q \in K, a \in \Sigma$$

$$s' (q, a) = q' \Rightarrow (q, a, q') \in \Delta'$$

$$\Delta' = \{ (q, a, q') \mid q \in K, a \in \Sigma \wedge (q, a) = q' \}$$

$$\cup \{ (s', \epsilon, q) \mid \forall q \in K \wedge \exists \text{ camino de } s \text{ a } q \text{ por } f \in F \text{ que incluye a } q \}$$

Corrección de la construcción

1) Sea $w \in L, w = xy \mid$

$$\Rightarrow (s, w) = (s, xy) \xrightarrow{x}_n (q, y) \xrightarrow{y}_n (f, \epsilon)$$

q está en un camino de s a f

$$\Rightarrow (s', \epsilon, q) \in \Delta'$$

además por def de Δ' $(q, y) \xrightarrow{y}_n (f, \epsilon)$

$$\therefore (s', y) \xrightarrow{y}_n (q, y) \xrightarrow{y}_n (f, \epsilon)$$

$$\wedge y \in \text{Suf}(L)$$

2) Sea $y \in \text{Suf}(L)$

$$(s', y) \xrightarrow{y}_n (q, y) \xrightarrow{y}_n (f, \epsilon) \quad f \in F$$

$$\exists x \text{ } (s, xy) \xrightarrow{x}_n (q, y) \xrightarrow{y}_n (f, \epsilon)$$