

La siguiente pauta fue realizada utilizando la Sexta edicion de "Diseño en ingeniería". J.E. Shigley.

La nomenclatura a utilizar es la siguiente:

P: Paso diametral
 N: Número de Dientes
 d: Diámetro de Paso
 M: Módulo
 p: PAso circular
 r: Radio de Paso
 rb: radio de la circunferencia base
 ϕ : Angulo de presión
 c: distancia entre centros
 a: Adendo
 b: dedendo
 pb: paso base
 mc: relación de contacto
 qt: arco de acción
 qa: arco de aproximación
 qr: arco de retroceso
 Lab: línea de acción
 F: Ancho de Cara
 Qv: Calidad de transmisión
 rf: radio del entale del diente

Los datos de entrada para este ejercicio son:

> $Pot := 40$	$Pot := 40$	(1)
> $rpm := 1125$	$rpm := 1125$	(2)
> $\phi := 20$	$\phi := 20$	(3)
> $Np := 22$	$Np := 22$	(4)
> $Nc := 60$	$Nc := 60$	(5)
> $P := 4$	$P := 4$	(6)
> $F := 3.25$	$F := 3.250$	(7)
> $Vida[años] := 5$	$Vida_{años} := 5$	(8)
> $Utilización \left[\frac{hr}{días} \right] := 24$	$Utilización \frac{hr}{días} := 24$	(9)
> $Revoluciones[piñon] := 3e9$		

$$Revoluciones_{piñon} := 3 \cdot 10^9 \quad (10)$$

$$> Q_v := 6$$

$$Q_v := 6 \quad (11)$$

Material = SAE 4340, grado 1 , dureza superficial de 275 segun el método de brinell, es decir

$$> HB := 275$$

$$HB := 275 \quad (12)$$

$$> S_{ut} := 140 \cdot 1000$$

$$S_{ut} := 140000 \quad (13)$$

Confiabilidad = 99%

Temperatura de operación < 120°C

a) calcular el diámetro de paso de ambos engranajes, la velocidad de línea y carga transmitida.

los diámetros de paso son

$$> d[piñon] := \frac{N_p}{P}$$

$$d_{piñon} := \frac{11}{2} \quad (14)$$

$$> d[corona] := \frac{N_c}{P}$$

$$d_{corona} := 15 \quad (15)$$

La velocidad de línea viene dada por la el diámetro de pado (dp o dc, según sea el caso), y las rpm, según la siguiente expresión genérica:

$$V = \pi \cdot d \cdot rpm / 12$$

Entoces se tiene que

$$> V[piñon] := \frac{evalf(\pi) \cdot d[piñon] \cdot rpm}{12}$$

$$V_{piñon} := 1619.884 \quad (16)$$

$$> V[corona] := \frac{evalf(\pi) \cdot d[corona] \cdot rpm}{12}$$

$$V_{corona} := 4417.865 \quad (17)$$

La carga transmitida es Wt es función de la potencia transmitida y la velocidad de línea

$$Pot = W_t \cdot V / 33000$$

Despejando tenemos que

$$\begin{aligned} & \text{> } W_t := \frac{Pot \cdot 33000}{V[\text{piñon}]} \\ & \text{> } \end{aligned} \quad W_t := 814.873 \quad (18)$$

b) Calcular mediante el método AGMA, el esfuerzo de flexión σ , el esfuerzo de flexión permitido $\sigma_{\text{permitido}}$, el factor de seguridad por flexión S_f , el esfuerzo por desgaste σ_c , el esfuerzo permitido por desgaste σ_{c_perm} , y el factor de seguridad por desgaste del piñon S_h . ¿Cuál es el modo de falla más probable del engranaje?.

En esta ocasión se hace uso del método más detallado, reportado en la sección 14 del Shigley 6ta edición.

El esfuerzo de flexión viene dado por la expresión

$$\sigma = W_t \cdot K_o \cdot K_v(\text{modificado}) \cdot K_s \cdot K_m \cdot K_b \cdot P / (F \cdot J)$$

J es el factor geométrico de la norma AGMA para Flexión. $J = Y / K_f \cdot mN$

Para simplificar este cálculo, se tiene de la figura 14-6 del Shigley (6ta edición), que para el piñon de 22 dientes, conectado a una corona de 60 dientes el factor geométrico de AGMA será

$$\begin{aligned} & \text{> } J := .345 \\ & \text{> } \end{aligned} \quad J := 0.345 \quad (19)$$

calculamos K_v en función de los siguientes factores:

$$\begin{aligned} & \text{> } B := \frac{(12 - Q_v)^{\frac{2}{3}}}{4} \\ & \text{> } \end{aligned} \quad B := \frac{1}{4} 6^{(2/3)} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & \text{> } \text{evalf}(B) \\ & \text{> } \end{aligned} \quad 0.825 \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \text{> } A := 50 + (1 - B) \cdot 56 \\ & \text{> } \end{aligned} \quad A := 106 - 14 6^{(2/3)} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & \text{> } \text{evalf}(A) \\ & \text{> } \end{aligned} \quad 59.773 \quad (23)$$

El Factor dinámico modificado se calcula como,

$$\begin{aligned} & \text{> } K_{v_modif} := \left(\frac{A + \sqrt{V[\text{piñon}]}}{A} \right)^B \\ & \text{> } \end{aligned} \quad K_{v_modif} := \left(\frac{146.248 - 14 6^{(2/3)}}{106 - 14 6^{(2/3)}} \right)^{\left(\frac{1}{4} 6^{(2/3)} \right)} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} > \text{evalf}(K_v[\text{modif}]) \\ & 1.530 \end{array} \right. \end{aligned} \quad (25)$$

EL factor de sobre carga K_o , se puede obtener de la figura 14-17

Para una fuente de potencia uniforme e impacto moderado en la maquina accionada.

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} > K_o := 1.25 \\ & K_o := 1.250 \end{array} \right. \end{aligned} \quad (26)$$

El factor de tamaño sigue la relación (sección 14-10). Si el K_s obtenido es menor a 1, entonces $K_s = 1$.

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} > \\ \text{De la tabla 14-2 obtenemos } Y \\ > Y := .331 \\ & Y := 0.331 \end{array} \right. \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} > K_s := 1.192 \cdot \left(F \cdot \sqrt{Y} \cdot \frac{1}{P} \right)^{0.0535} \\ & K_s := 1.144 \end{array} \right. \end{aligned} \quad (28)$$

El factor de distribución K_m (sección 14-11)

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} > \\ K_m := 1 + C_{mc}(C_{pf} \cdot C_{pm} + C_{ma} \cdot C_e) \\ > \end{array} \right. \end{aligned}$$

Donde, depende de la terminación del diente, C_{pf} de la relación ancho de cara y diámetro de paso, C_{pm} da cuanta de la separación entre engranaje y la distancia a los cojinetes que soportan el eje sobre el cual esta montado (ver figura 14-10). C_{ma} depende del ancho de la cara y C_e del ajuste entre los engranajes.

Para dientes coronados

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} > C_{mc} := 1 \\ & C_{mc} := 1 \end{array} \right. \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} > C_{pf} := \frac{F}{10 \cdot d[\text{piñon}]} - 0.0375 + 0.0125 \cdot F \\ & C_{pf} := 0.062 \end{array} \right. \end{aligned} \quad (30)$$

para C_{pm} no hay datos, por lo que se asume el peor caso

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} > C_{pm} := 1.1 \\ & C_{pm} := 1.100 \end{array} \right. \end{aligned} \quad (31)$$

Con la ecuación 14-34 y los datos de la tabala 14-9 (suponiendo unidad comercial cerrada), se tiene que

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} > C_{ma} := 0.127 + 0.0158 \cdot F + (-0.093e-4) \cdot F^2 \\ & C_{ma} := 0.178 \end{array} \right. \end{aligned} \quad (32)$$

Asuminedo ambas coindiciones posibles para C_e , se tiene

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} > C_e := 1 \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$Ce := 1 \quad (33)$$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{aligned} & > Km := 1 + (Cmc) \cdot (Cpf \cdot Cpm + Cma \cdot Ce) \\ & & Km := 1.247 \end{aligned} \right. \quad (34) \end{aligned}$$

Para el factor de espesor del aro (Kb) debemos determinar la relación de apoyo $mB=f(tR,ht)$

tR es la distancia entre el orificio del eje, y el dedendo del engranaje, en este caso, el diámetro del eje donde esta motado el engranaje es de 2 in

$$\begin{aligned} & \left[\begin{aligned} & > d[eje] := 2 \\ & & d_{eje} := 2 \end{aligned} \right. \quad (35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{aligned} & > tR := \frac{d[piñon]}{2} - \frac{1.25}{P} - \frac{d[eje]}{2} \\ & & tR := 1.438 \end{aligned} \right. \quad (36) \end{aligned}$$

ht es la altura total del diente:

$$\begin{aligned} & \left[\begin{aligned} & > m := \frac{1}{P} \\ & & m := \frac{1}{4} \end{aligned} \right. \quad (37) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{aligned} & > ht := 1 \cdot m + 1.25 m \\ & & ht := 0.563 \end{aligned} \right. \quad (38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{aligned} & > mB = \frac{tR}{ht} \\ & & mB = 2.556 \end{aligned} \right. \quad (39) \end{aligned}$$

>

Como $mB > 1$, entonces

$$\begin{aligned} & \left[\begin{aligned} & > Kb := 1 \\ & & Kb := 1 \end{aligned} \right. \quad (40) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{aligned} & > \sigma[flexión] := \frac{Wt \cdot P}{F \cdot J} \cdot Ko \cdot Kv_{modif} \cdot Ks \cdot Km \cdot Kb \\ & & \sigma_{flexión} := 5184.693 \left(\frac{146.248 - 14 \cdot 6^{(2/3)}}{106 - 14 \cdot 6^{(2/3)}} \right)^{\left(\frac{1}{4} \cdot 6^{(2/3)} \right)} \end{aligned} \right. \quad (41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{aligned} & > evalf(\sigma[flexión]) \\ & & 7930.280 \end{aligned} \right. \quad (42) \end{aligned}$$

>

Límite a la durabilidad en flexión AGMA:

$$\begin{aligned} & \left[\begin{aligned} & > \sigma[perm] := St \cdot \frac{YN}{KT \cdot KR} \\ & & \sigma_{perm} := 28948.875 \end{aligned} \right. \quad (43) \end{aligned}$$

>

Donde

$$\begin{aligned} > St := 77.3 \cdot HB + 12800 \\ & St := 34057.500 \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} > KT := 1 \\ & KT := 1 \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} > YN := 0.85 \\ & YN := 0.850 \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} > KR := 1 \\ & KR := 1 \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} > SF := \frac{\left(St \cdot \frac{YN}{KT \cdot KR} \right)}{\sigma[\text{flexión}]} \\ & SF := \frac{5.584}{\left(\frac{146.248 - 14 \cdot 6^{(2/3)}}{106 - 14 \cdot 6^{(2/3)}} \right)^{\left(\frac{1}{4} \cdot 6^{(2/3)} \right)}} \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} > evalf(SF) \\ & 3.650 \end{aligned} \quad (49)$$

Con esto, el factor de seguridad contra flexión es igual a 4 veces el esfuerzo. Para definir la falla más probable (flexión o picadura), AGMA recomienda compara SF con SH^2.

Veamos ahora los esfuerzos por contacto en la superficie del diente, para determinar SH (ver figura 14-17).

$$\begin{aligned} > Cp := 2300 \\ & Cp := 2300 \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} > CF := 1 \\ & CF := 1 \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} > mG := \frac{Nc}{Np} \\ & mG := \frac{30}{11} \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} > evalf(mG) \\ & 2.727 \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} > Fforma := \left(\cos\left(\frac{20 \cdot 3.1416}{180} \right) \cdot \sin\left(\frac{20 \cdot 3.1416}{180} \right) \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{mG}{mG + 1} \right) \\ & Fforma := 0.118 \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} > \sigma[\text{contacto}] := Cp \cdot \left(\left(Ko \cdot Kv_{modif} \cdot Ks \cdot \frac{Wt}{d[\text{piñon}] \cdot F} \cdot \frac{Km \cdot CF}{Fforma} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \\ & \sigma_{contacto} := 60480.407 \sqrt{\left(\frac{146.248 - 14 \cdot 6^{(2/3)}}{106 - 14 \cdot 6^{(2/3)}} \right)^{\left(\frac{1}{4} \cdot 6^{(2/3)} \right)}} \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} & \text{evalf}(\sigma[\text{contacto}]) \\ & 74799.282 \end{aligned} \quad (56)$$

$$\begin{aligned} & \sigma_{\text{contacto}}[\text{perm}] := \frac{Sc \cdot ZN \cdot CH}{KT \cdot KR} \\ & \sigma_{\text{contacto}}_{\text{perm}} := 82013.979 \end{aligned} \quad (57)$$

Donde,

$$\begin{aligned} & Sc := 322 \cdot HB + 29100 \\ & Sc := 117650 \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} & ZN := 2.366 \cdot \text{Revoluciones}[\text{piñon}]^{-0.056} \\ & ZN := 0.697 \end{aligned} \quad (59)$$

$$\begin{aligned} & CH := 1 \\ & CH := 1 \end{aligned} \quad (60)$$

Lo anterior, debido a que HB es igual para piñon y corona, por tanto su cuociente es menor a 1.2 (ver ec. 14-36)

Finalmente, tenemos que

$$\begin{aligned} & SH := \frac{\sigma_{\text{contacto}}[\text{perm}]}{\sigma[\text{contacto}]} \\ & SH := \frac{1.356}{\sqrt{\left(\frac{146.248 - 14 \cdot 6^{(2/3)}}{106 - 14 \cdot 6^{(2/3)}} \right) \left(\frac{1}{4} \cdot 6^{(2/3)} \right)}} \end{aligned} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} & \text{evalf}(SH) \\ & 1.096 \end{aligned} \quad (62)$$

$$\begin{aligned} & \text{evalf}(SH^2) \\ & 1.202 \end{aligned} \quad (63)$$

SH^2 es menor queSF, por tanto el engranaje fallará por desgaste.

