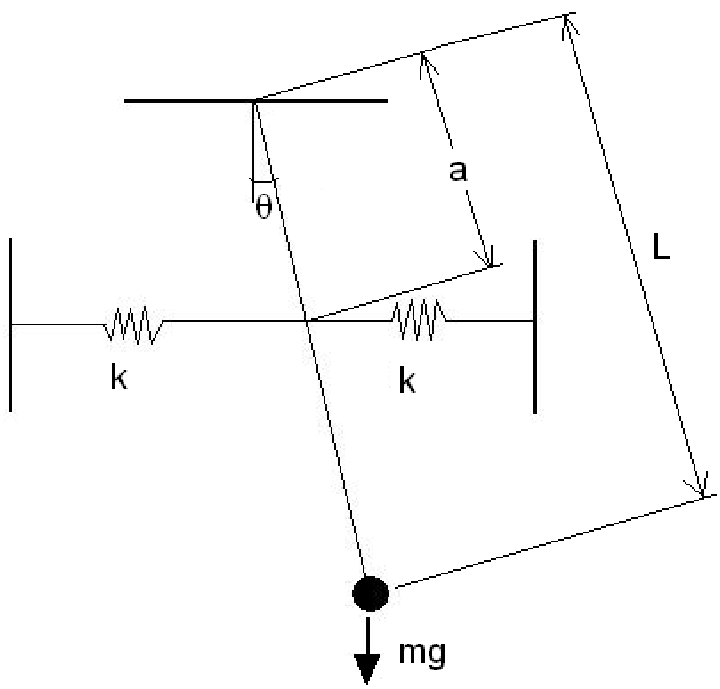
Tarea N^{o}1 - ME55A - 7 Septiembre 2006
aux: Canek Jackson De Castro
fecha de entrega: 29 Septiembre

Modelamiento y Simulación de Sistemas No-Lineales

Parte 1 (50%)
Considere el sistema del péndulo con carga de resorte de la figura. Suponga que la fuerza del resorte que funciona sobre el péndulo es cero cuando el péndulo está vertical. Además, suponga que el potencial elástico sólo es afectado por la componente horizontal del desplazamiento en los resortes. La fuerza de fricción que se opone al movimiento es $\nu\dot{\theta}$, con $\nu > 0$.



1. Escriba la ecuación diferencial no-lineal que representa el sistema descrito anteriormente. Para ello se sugiere emplear una formulación lagrangeana. Posteriormente, linealice la ecuación de movimiento obtenida suponiendo pequeñas oscilaciones.

2. Encuentre de manera analítica la posición de equilibrio en ambos casos, θ_0, cuando el sistema es excitado con un escalón de tamaño 10 (por ejemplo, un flujo constante). Para ello debe resolver la ecuación de régimen estacionario, en cada caso. En el caso no-lineal, ésta corresponde una a ecuación trigonométrica en θ (y por lo tanto no-lineal). Debe resolverla a mano, de manera iterativa, explicitando cada paso (valores numéricos involucrados en cada iteración). Los valores numéricos para los parámetros son: $L = 2$, $\nu = 8$, $a = 1$, $g = 9.8$, $k = 0.4$, $m = 2$.

Parte 2 (50%)

1. Simule la planta (obtenga θ, en función del tiempo), para ambos casos, usando la misma excitación de la primera parte. Suponga condiciones iniciales nulas. En relación al régimen estacionario, compare los resultados obtenidos en la simulación con aquellos obtenidos de forma analítica en la primera parte. Comente.

2. En estricto rigor, en la práctica no es posible obtener un impulso delta Dirac ya que toda excitación de tipo pulso demora un tiempo no nulo en ser aplicada y además tiene magnitud finita. Por ello, definimos la sucesión de funciones

$$\delta_n(t) = n \sqcap_{1/n}$$

Donde $\sqcap_T$, conocida como la función ventana, vale 1 dentro del intervalo $[-T/2, T/2]$ y 0 fuera de éste. Notar, entonces, que $\delta_n(t) \to \delta(t)$ cuando $n \to \infty$. Para los sistemas lineal y no-lineal de la primera parte, se le pide encontrar la mejor aproximación que puede hacer para $\delta(t)$ a partir de los $\delta_n(t)$. Para ello debe encontrar n^* (número natural) tal que $\forall\ n \geq n^*$ se cumple que:

$$e_n = |h_{n+1}(t) - h_n(t)|^2 < 10^{-6} \quad \forall \ t$$

Donde $h_n(t)$ corresponde a la respuesta impulsional asociada a $\delta_n(t)$. Debe realizar entonces simulaciones para $n = 1, 2, 3, ...$ mostrando la evolución del error e_n hasta satisfacer la condición anterior.

Ud sabe que la respuesta impulsional es una manera de caracterizar el comportamiento de algún sistema. En base a ésto, compare los resultados obtenidos en ambos casos (lineal y no-lineal) y concluya entonces, a partir de este análisis, qué tan buena es la aproximación lineal para el sistema en estudio.

Reglas del juego:

- Para verificar el avance en la tarea, la parte 1 se debe entregar el 18 de Septiembre (hasta las 19.00 hrs). La parte 2, se entrega el 29 de Septiembre (hasta las 23.00 hrs).
- El único medio de entrega es por U-Cursos, el cual se habilitará para recibir tareas sólo en pdf. La tarea es de carácter individual.
- Se descontarán 1.5 puntos por día de atraso. La evidencia de copia descarada será penalizada con un 1.0.
- Existe un descuento, por presentación, de 0.5 puntos para aquellos documentos no construidos en formato latex, vale decir: distiller, scanner, etc.
- Para una mejor presentación, procure presentar sus gráficos recuperando los datos desde el módulo de simulación hacia la ventana de comandos y ejecutando el comando **plot**.