Castigliano

1

12.3-19 Con referencia a la viga descrita en el problema anterior (véase figura), determinar la deflexión δ en el punto medio del claro AB y el ángulo de rotación θ en el apoyo A.

12.3-21 Una viga en voladizo AB de longitud L y rigidez a flexión EI soporta una carga uniforme de intensidad q sobre una mitad de la longitud (véase figura). Determine las deflexiones δ_b y δ_c en los puntos B y C, respectivamente.

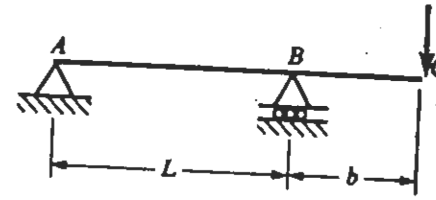
12.3-22 Una viga simple AB de longitud L y rigidez a flexión EI soporta una carga distribuida triangularmente de intensidad máxima q_0 (véase figura). Determine los ángulos de rotación θ_a y θ_b en los apoyos.

12.3-23 Un bastidor ABC tiene una articulación en A y un soporte rodante en C (véase figura). Los miembros AB y BC tienen, cada uno, longitud L y rigidez a flexión EI. En el nudo B actúa una carga horizontal P. Determine la deflexión horizontal δ en el nudo B.

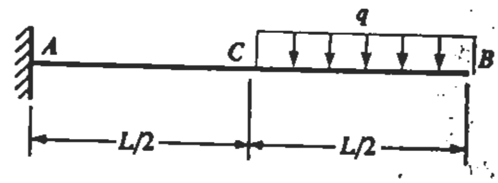
12.3-24 Un marco rectangular $ABCD$ tiene un apoyo rodante en A y un apoyo articulado en D (véase figura). La rigidez a flexión de los miembros verticales es EI_1 y la del miembro horizontal es EI_2. La carga sobre el marco consiste en una fuerza P que actúa en el punto medio del miembro BC. Determine la deflexión horizontal δ_h y el ángulo de rotación θ en el punto A.

12.3-25 El bastidor ABC mostrado en la figura está empotrado en el apoyo A y libre en el extremo C. Los miembros AB y BC son perpendiculares entre sí, tienen una longitud L y una rigidez flexionante EI. La carga P es horizontal y actúa en C. Determinar las deflexiones vertical δ_v y horizontal δ_h en el punto C.

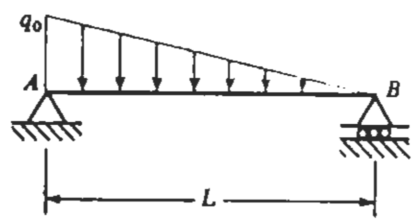
12.3-26 Un marco rectangular $ABCD$ está empotrado en el apoyo A y libre en el extremo D, como se muestra en la figura. Los tres miembros tienen longitud L y rigidez flexionante EI. La carga vertical P actúa en D. Determinar las deflexiones horizontal δ_h y vertical δ_v, así como el ángulo de rotación θ en el extremo libre.



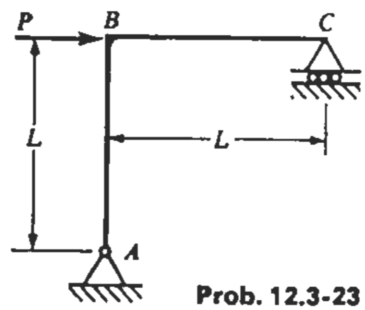
Prob. 12.3-19



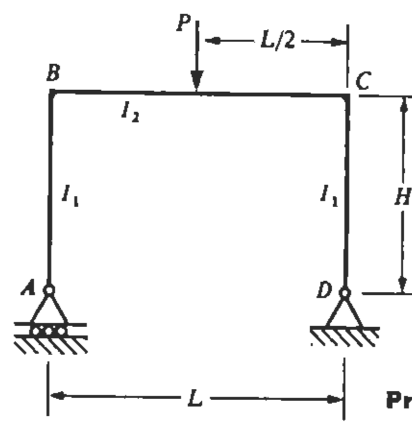
Prob. 12.3-21



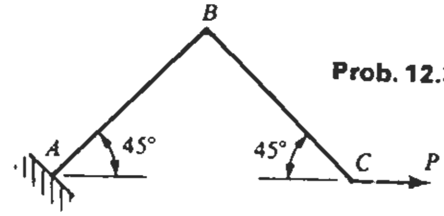
Prob. 12.3-22



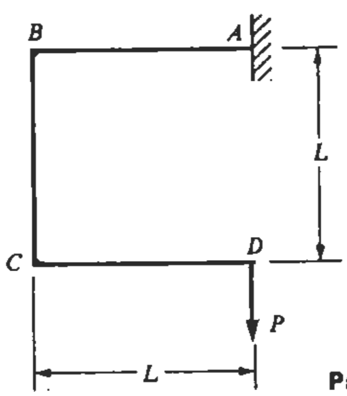
Prob. 12.3-23



Prob. 12.3-24

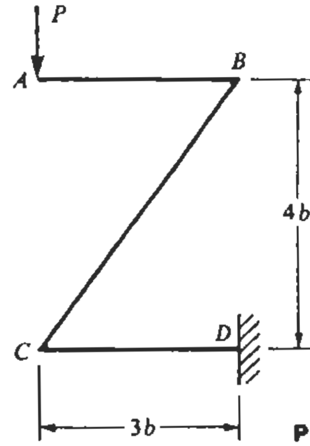


Prob. 12.3-25



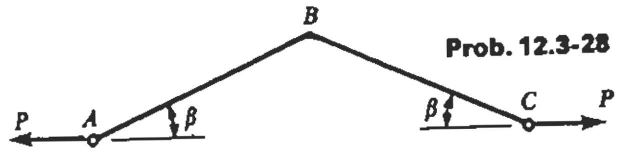
Prob. 12.3-26

12.3-27 El bastidor de forma Z, $ABCD$, mostrado en la figura, está empotrado en el apoyo D y libre en A. La rigidez flexionante EI es la misma para todos los miembros. Determinar la deflexión vertical δ_v y el ángulo de rotación θ en el punto A, debido a la carga P que actúa en **el punto A**.



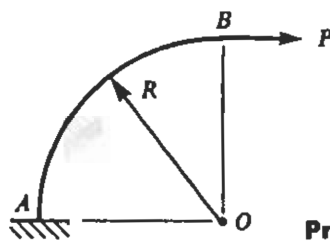
Prob. 12.3-27

12.3-28 El bastidor ABC mostrado en la figura está cargado por las fuerzas P que actúan en los puntos A y C. Los miembros AB y BC son idénticos y tienen una longitud L, rigidez flexionante EI y rigidez axial EA. Determinar el incremento en longitud Δ entre los puntos A y C (debido a las fuerzas P); considere los efectos de flexión y axial en las deformaciones. Compruebe los resultados para el caso especial de $\beta = 0$ y $\beta = 90°$.



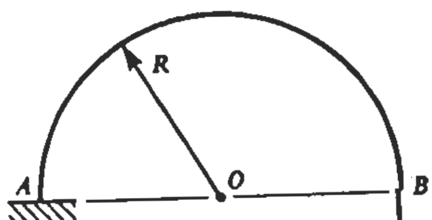
Prob. 12.3-28

12.3-31 Una barra curva delgada AB tiene una línea de centros en forma de un cuadrante de círculo con radio R, como se muestra en la figura. La barra está empotrada en el apoyo A y libre en B, donde actúa una carga horizontal P. Determinar la deflexión horizontal δ_h, la deflexión vertical δ_v y el ángulo de rotación θ en el extremo libre.



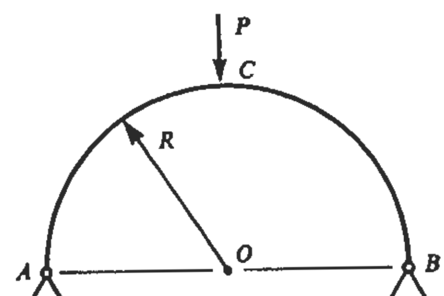
Prob. 12.3-31

12.3-32 Una barra curva delgada AB de forma semicircular está empotrada en el apoyo A y libre en B (véase figura). En el extremo libre actúa una carga vertical P. Determine la deflexión horizontal δ_h, la deflexión vertical δ_v y el ángulo de rotación θ en el extremo libre.



Prob. 12.3-32

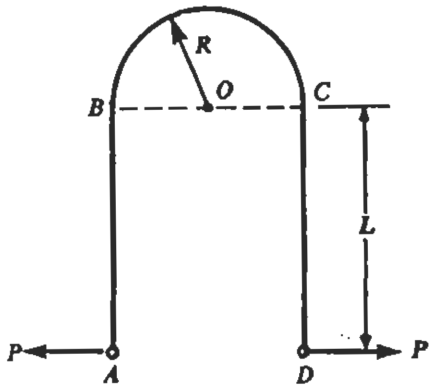
12.3-33 Una barra curva delgada ACB de forma semicircular está articulada en A y simplemente apoyada en B (véase figura). En C actúa una carga vertical P. Determine la deflexión vertical δ_c en C y la deflexión horizontal δ_b en B.



Prob. 12.3-33

12.3-34 Un bastidor delgado $ABCD$ consiste en una porción semicircular BC de radio R y dos partes rectas AB y CD de longitud L (véase figura). Todas las partes tienen una rigidez a flexión EI. Determine el incremento Δ en la distancia entre los puntos A y D debido a las cargas P.

Prob. 12.3-34



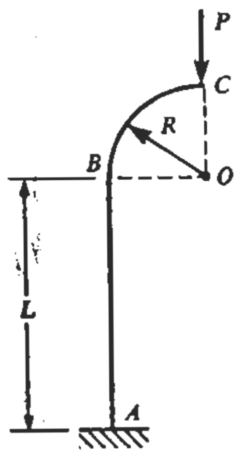
12.3-35 Una barra delgada ABC consiste en una parte recta AB y una parte BC, que es un cuadrante de círculo (véase figura). Ambas partes tienen rigidez a flexión EI. En C actúa una carga vertical P. Determine la deflexión horizontal δ_h, la deflexión vertical δ_v y el ángulo de rotación θ en el punto C.

12.3-36 Un aro delgado de radio medio R y rigidez a flexión EI se corta en cierto punto y se separa, manteniéndose así mediante un pequeño bloque que se introduce en la separación (véase figura). Suponiendo que el ancho del bloque es e, hallar el momento flexionante máximo $M_{máx}$ en el aro.

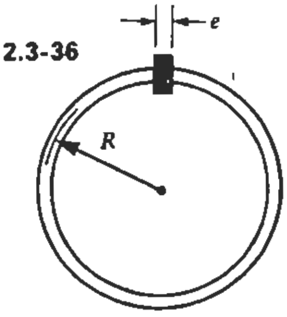
12.3-37 Una barra curva esbelta AB alojada en un plano horizontal con su línea de centros formando un cuadrante circular de radio R se somete a una carga vertical P en el extremo libre B (véase figura). La barra tiene rigidez a flexión EI y rigidez torsional GI_p. Determine la deflexión vertical δ_v y el ángulo de torsión ϕ en el extremo B.

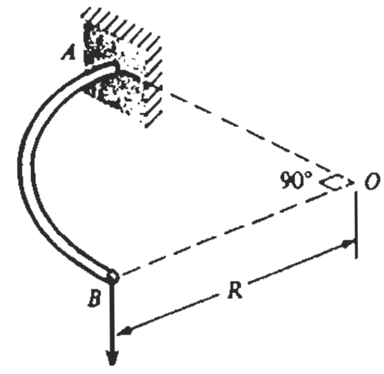
12.3-38 Una ménsula horizontal $ABCD$ está empotrada en A y libre en el extremo D (véase figura). La ménsula se construye de tubo circular de sección transversal constante (EI = rigidez a flexión; GI_p = rigidez torsional). Denotemos por L la longitud de los miembros AB y CD y denotemos por b la longitud del miembro BC. En el extremo libre D actúa una carga vertical P. (a) Determine la deflexión vertical δ_v y el ángulo de torsión ϕ en D. (b) Calcular los valores numéricos para δ_v y ϕ para un tubo de aluminio con los siguientes datos: P = 1.0 kN, L = 1.5 m, b = 1.2 m, $I = 3.0 \times 10^6$ mm^4, E = 70 GPa y G = 26 GPa.

12.3-39 Un marco cuadrado $ABCD$ tiene un corte en la mitad del lado AD (véase figura). Cada lado del cuadrado tiene una longitud L, y cada miembro tiene una rigidez a flexión EI y una rigidez torsional GI_p. En los extremos cortados del marco se aplican dos fuerzas iguales y opuestas P, cuyas líneas de acción son perpendiculares al plano del marco. Determinar la separación Δ entre los extremos cortados (en la dirección perpendicular al plano del marco).

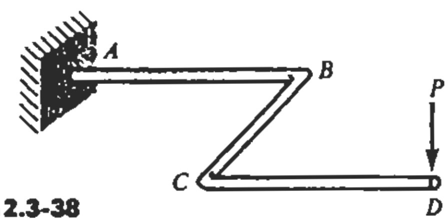


Prob. 12.3-35

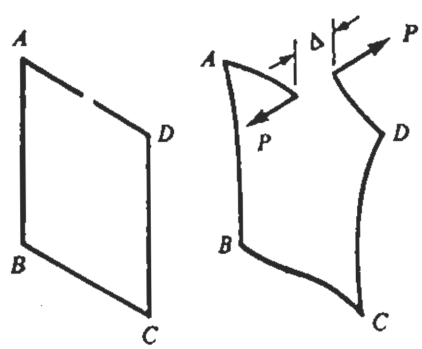
Prob. 12.3-36




Prob. 12.3-37



Prob. 12.3-38



Prob. 12.3-39

12.3-19 $\delta = \frac{PbL^2}{16EI}$, $\theta = \frac{PbL}{6EI}$

12.3-21 $\delta_b = \frac{41qL^4}{384EI}$, $\delta_c = \frac{7qL^4}{192EI}$ **12.3-23** $\delta = \frac{2PL^3}{3EI}$

12.3-24 $\delta_h = \frac{PHL^2}{8EI_2}$ (hacia la izquierda), $\theta = \frac{PL^2}{16EI_2}$ (en el sentido de las manecillas del reloj) **12.3-25** $\delta_h = \frac{PL^3}{3EI}$ (hacia la derecha), $\delta_v = \frac{PL^3}{2EI}$ (hacia arriba) **12.3-26** $\delta_h = \frac{PL^3}{EI}$ (hacia la izquierda), $\delta_v = \frac{5PL^3}{3EI}$ (hacia abajo), $\theta = \frac{2PL^2}{EI}$ (en el sentido de las manecillas del reloj)

12.3-27 $\delta_v = \frac{33Pb^3}{EI}$ (hacia abajo), $\theta = \frac{33Pb^2}{2EI}$ (sentido contrario al de las manecillas del reloj)

12.3-28 $\Delta = \frac{2PL^3 \operatorname{sen}^2 \beta}{3EI} + \frac{2PL \cos^2 \beta}{EA}$

12.3-31 $\delta_h = \frac{PR^3}{4EI}(3\pi - 8)$ (hacia la derecha), $\delta_v = \frac{PR^3}{2EI}$ (hacia abajo), $\theta = \frac{PR^2}{2EI}(\pi - 2)$ (en el sentido de las manecillas del reloj)

12.3-32 $\delta_h = \frac{2PR^3}{EI}$ (hacia la izquierda), $\delta_v = \frac{3\pi PR^3}{2EI}$ (hacia abajo), $\theta = \frac{\pi PR^2}{EI}$ (en el sentido de las manecillas del reloj)

12.3-33 $\delta_c = \frac{PR^3}{8EI}(3\pi - 8)$ (hacia abajo), $\delta_b = \frac{PR^3}{2EI}$ (hacia la derecha)

12.3-34 $\Delta = \frac{2PL^3}{3EI} + \frac{PR}{2EI}(2\pi L^2 + 8LR + \pi R^2)$

12.3-35 $\delta_h = \frac{PR}{2EI}(L + R)^2$ (hacia la derecha), $\delta_v = \frac{PR^2}{4EI}(4L + \pi R)$ (hacia abajo), $\theta = \frac{PR}{EI}(L + R)$ (en el sentido de las manecillas del reloj) **12.3-36** $M_{\text{máx}} = \frac{2EIe}{3\pi R^2}$

12.3-37 $\delta_v = \frac{\pi PR^3}{4EI} + \frac{(3\pi - 8)PR^3}{4GI_p}$, $\phi = \frac{\pi PR^2}{4EI} + \frac{(\pi - 4)PR^2}{4GI_p}$ **12.3-38** $\delta_v = 76.8$ mm, $\phi = 0.0150$ rad **12.3-39** $\Delta = \frac{5PL^3}{6EI} + \frac{3PL^3}{2GI_p}$