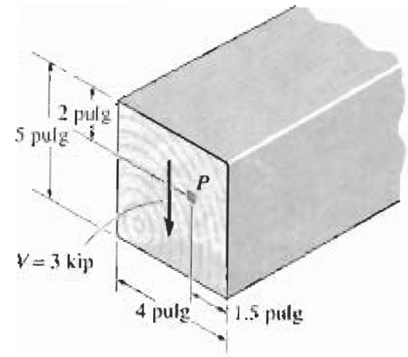
EJEMPLO 7–1

La viga mostrada en la figura 7–10*a* está hecha de madera y está sometida a una fuerza cortante interna vertical resultante $V = 3$ kip. *(a)* Determine el esfuerzo cortante en el punto P de la viga y *(b)* calcule el esfuerzo cortante máximo en la viga.



(a)

SOLUCIÓN

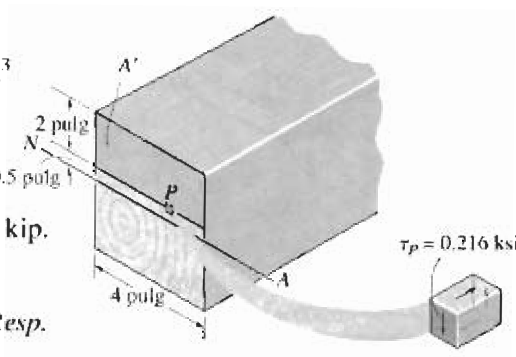
Parte (a)

Propiedades de la sección. El momento de inercia de la sección transversal respecto al eje neutro es:

$$I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(4 \text{ pulg})(5 \text{ pulg})^3 = 41.7 \text{ pulg}^4$$

Se traza una línea horizontal por el punto P y el área parcial A' se muestra sombreada en la figura 7–10*b*. Por consiguiente,

$$Q = \bar{y}'A' = \left[0.5 \text{ pulg} + \frac{1}{2}(2 \text{ pulg})\right](2 \text{ pulg})(4 \text{ pulg}) = 12 \text{ pulg}^3$$



(b) (c)

Esfuerzo cortante. La fuerza cortante en la sección es $V = 3$ kip. Aplicando la fórmula del cortante, tenemos:

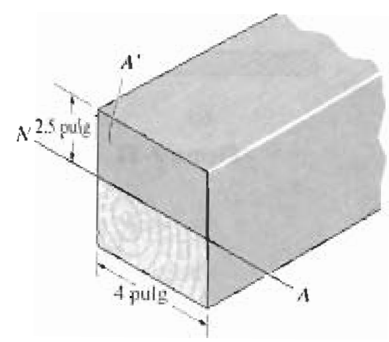
$$\tau_P = \frac{VQ}{It} = \frac{(3 \text{ kip})(12 \text{ pulg}^3)}{(41.7 \text{ pulg}^4)(4 \text{ pulg})} = 0.216 \text{ ksi} \qquad \textit{Resp.}$$

Como τ_P contribuye al valor de V, actúa hacia abajo en P sobre la sección transversal. En consecuencia, un elemento de volumen del material en este punto tendrá esfuerzos cortantes actuando sobre él como se muestra en la figura 7–10*c*.

Parte (b)

Propiedades de la sección. El esfuerzo cortante máximo ocurre en el eje neutro, ya que t es constante en toda la sección transversal y Q es máximo para tal caso. Para el área A' sombreada en la figura 7–10*d*, tenemos:

$$Q = \bar{y}'A' = \left[\frac{2.5 \text{ pulg}}{2}\right](4 \text{ pulg})(2.5 \text{ pulg}) = 12.5 \text{ pulg}^3$$



(d)

Figura 7–10

Esfuerzo cortante. Aplicando la fórmula del cortante, obtenemos:

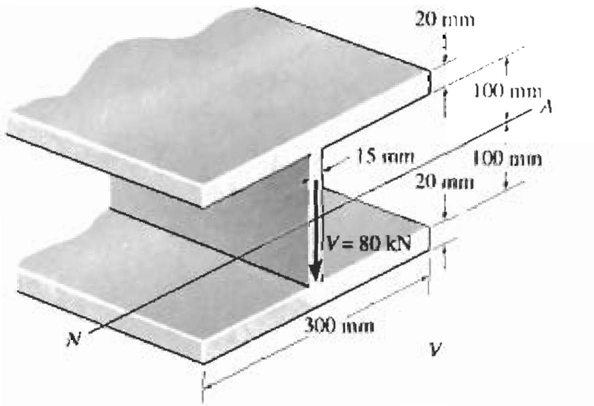
$$\tau_{\text{máx}} = \frac{VQ}{It} = \frac{(3 \text{ kip})(12.5 \text{ pulg}^3)}{(41.7 \text{ pulg}^4)(4 \text{ pulg})} = 0.225 \text{ ksi} \qquad \textit{Resp.}$$

Note que esto es equivalente a:

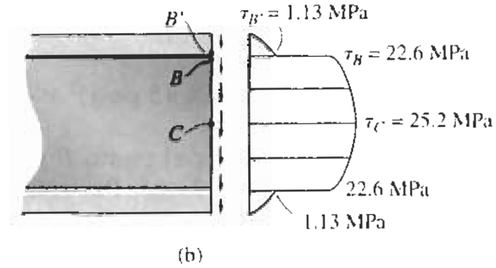
$$\tau_{\text{máx}} = 1.5\frac{V}{A} = 1.5\frac{3 \text{ kip}}{(4 \text{ pulg})(5 \text{ pulg})} = 0.225 \text{ ksi} \qquad \textit{Resp.}$$

EJEMPLO 7-2

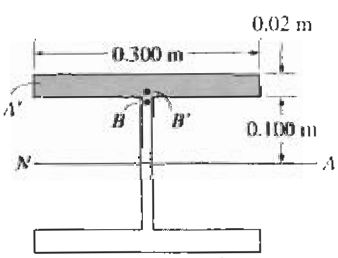
Una viga de acero de patín ancho tiene las dimensiones mostradas en la figura 7–11*a*. Si está sometida a una fuerza cortante $V = 80$ kN, *(a)* grafique la distribución del esfuerzo cortante que actúa sobre la sección transversal de la viga y *(b)* determine la fuerza cortante que resiste el alma.



(a)



(b)



(c)

Figura 7–11

SOLUCIÓN

Parte (a). La distribución del esfuerzo cortante será parabólica y varía tal como se muestra en la figura 7–11*b*. Debido a la simetría, sólo los esfuerzos cortantes en los puntos B', B y C tienen que calcularse. Para mostrar cómo obtener esos valores, debemos primero determinar el momento de inercia de la sección transversal respecto al eje neutro. En unidades métricas, tenemos:

$$I = \left[\frac{1}{12}(0.015\text{ m})(0.200\text{ m})^3\right]$$
$$+ 2\left[\frac{1}{12}(0.300\text{ m})(0.02\text{ m})^3 + (0.300\text{ m})(0.02\text{ m})(0.110\text{ m})^2\right]$$
$$= 155.6(10^{-6})\text{ m}^4$$

Para el punto B', $t_{B'} = 0.300$ m, y A' es el área con matiz oscuro mostrada en la figura 7–11*c*. Entonces,

$$Q_{B'} = \bar{y}'A' = [0.110\text{ m}](0.300\text{ m})(0.02\text{ m}) = 0.660(10^{-3})\text{ m}^3$$

por lo que

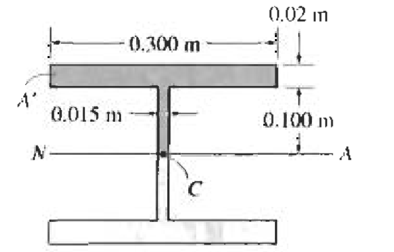
$$\tau_{B'} = \frac{VQ_{B'}}{It_{B'}} = \frac{80\text{ kN}(0.660(10^{-3})\text{ m}^3)}{155.6(10^{-6})\text{ m}^4(0.300\text{ m})} = 1.13\text{ MPa}$$

Para el punto B, $t_B = 0.015$ m y $Q_B = Q_{B'}$, figura 7–11*c*. Por consiguiente,

$$\tau_B = \frac{VQ_B}{It_B} = \frac{80\text{ kN}(0.660(10^{-3})\text{ m}^3)}{155.6(10^{-6})\text{ m}^4(0.015\text{ m})} = 22.6\text{ MPa}$$

Advierta que por lo visto en "Límites en el uso de la fórmula del esfuerzo cortante", los valores calculados para $\tau_{B'}$ y τ_B serán muy engañosos. ¿Por qué?

Para el punto C, $t_C = 0.015$ m y A' es el área con sombreado oscuro mostrada en la figura 7–11d. Si consideramos que esta área está compuesta de dos rectángulos, tenemos:

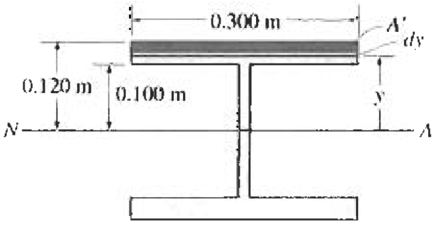


(d)

$$
\begin{aligned}
Q_C = \Sigma \bar{y}'A' &= [0.110 \text{ m}](0.300 \text{ m})(0.02 \text{ m}) \\
&\quad + [0.05 \text{ m}](0.015 \text{ m})(0.100 \text{ m}) \\
&= 0.735(10^{-3}) \text{ m}^3
\end{aligned}
$$

Así,

$$\tau_C = \tau_{\text{máx}} = \frac{VQ_C}{It_C} = \frac{80 \text{ kN}[0.735(10^{-3}) \text{ m}^3]}{155.6(10^{-6}) \text{ m}^4(0.015 \text{ m})} = 25.2 \text{ MPa}$$



(e)

Parte (b). La fuerza cortante en el alma de la viga se determinará primero calculando la fuerza cortante en cada patín y luego restando este resultado de $V = 80$ kN. Para obtener la fuerza cortante en un patín, debemos primero determinar el esfuerzo cortante en la posición *arbitraria* y, figura 7–11e. En unidades métricas, tenemos:

$$
\begin{aligned}
I &= 155.6(10^{-6}) \text{ m}^4 \\
t &= 0.300 \text{ m} \\
A' &= (0.300)(0.120 - y) \text{ m}^2 \\
\bar{y}' &= y + \frac{1}{2}(0.120 - y) = \frac{1}{2}(0.120 + y) \text{ m} \\
Q &= \bar{y}'A' = [0.150]((0.120)^2 - y^2) \text{ m}^3
\end{aligned}
$$

De manera que

$$
\begin{aligned}
\tau = \frac{VQ}{It} &= \frac{80 \text{ kN}[0.150]((0.120)^2 - y^2) \text{ m}^3}{(155.6(10^{-6}) \text{ m}^4)(0.300 \text{ m})} \\
&= 257((0.120)^2 - y^2) \text{ MPa}
\end{aligned}
$$

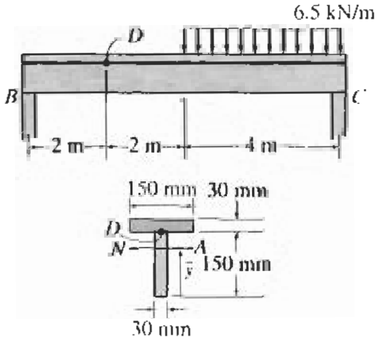
Este esfuerzo actúa sobre la franja de área $dA = 0.300\, dy$ mostrada en la figura 7–11e, y por tanto la fuerza cortante que resiste el patín superior es:

$$V_f = \int_{A_f} \tau\, dA = \int_{0.100}^{0.120} 257(10^6)((0.120)^2 - y^2)0.300\, dy = 3.496 \text{ kN}$$

Por simetría, esta fuerza también actúa en el patín inferior. Así, la fuerza cortante en el alma es:

$$V_{alma} = V - 2V_f = 80 \text{ kN} - 2(3.496 \text{ kN}) = 73.0 \text{ kN} \qquad \textit{Resp.}$$

Al comparar los resultados, el alma soporta el 91% de la fuerza cortante total (80 kN) mientras que los patines soportan el restante 9%.



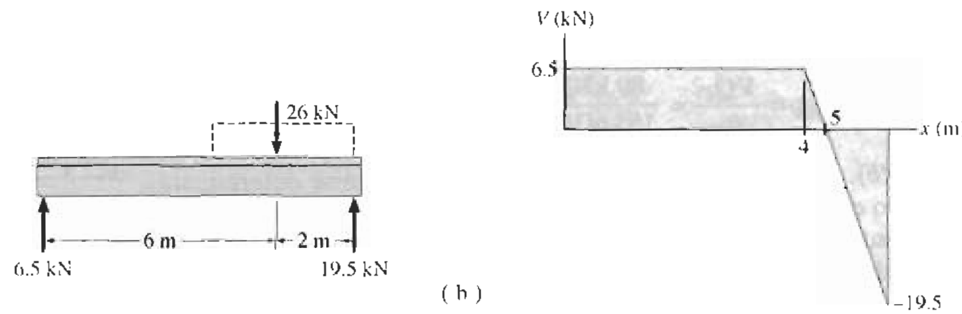
(a)

EJEMPLO 7-3

La viga mostrada en la figura 7–12*a* está hecha con dos tablones. Determine el esfuerzo cortante máximo en el pegamento, necesario para mantener los tablones unidos. Los soportes en *B* y *C* ejercen sólo reacciones verticales sobre la viga.

SOLUCIÓN

Fuerza cortante interna. Las reacciones en los soportes y el diagrama de fuerza cortante se muestran en la figura 7–12*b*. Se ve que la fuerza cortante máxima en la viga es de 19.5 kN.



(b)

Propiedades de la sección. El centroide y el eje neutro se determinarán con referencia al eje situado en el fondo de la sección transversal, figura 7–12*a*. En unidades métricas, tenemos:

$$\bar{y} = \frac{\Sigma \tilde{y}A}{\Sigma A} = \frac{[0.075 \text{ m}](0.150 \text{ m})(0.030 \text{ m}) + [0.165 \text{ m}](0.030 \text{ m})(0.150 \text{ m})}{(0.150 \text{ m})(0.030 \text{ m}) + (0.030 \text{ m})(0.150 \text{ m})} = 0.120 \text{ m}$$

El momento de inercia respecto al eje neutro, figura 7–12*a*, es entonces:

$$I = \left[\frac{1}{12}(0.030 \text{ m})(0.150 \text{ m})^3 + (0.150 \text{ m})(0.030 \text{ m})(0.120 \text{ m} - 0.075 \text{ m})^2\right]$$
$$+ \left[\frac{1}{12}(0.150 \text{ m})(0.030 \text{ m})^3 + (0.030 \text{ m})(0.150 \text{ m})(0.165 \text{ m} - 0.120 \text{ m})^2\right] = 27.0(10^{-6}) \text{ m}^4$$

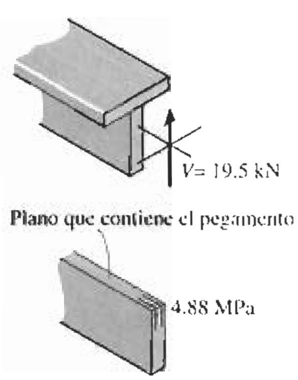
El tablón (patín) superior se mantiene unido al tablón inferior (alma) por medio del pegamento, que se aplica sobre el espesor $t = 0.03$ m. En consecuencia, A' es el área del tablón superior, figura 7–12*a*. Tenemos:

$$Q = \bar{y}'A' = [0.180 - 0.015 - 0.120](0.03)(0.150) = 0.2025(10^{-3}) \text{ m}^3$$

Esfuerzo cortante. Usando los datos anteriores y aplicando la fórmula del cortante, obtenemos:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{VQ}{It} = \frac{19.5 \text{ kN}(0.2025(10^{-3}) \text{ m}^3)}{27.0(10^{-6}) \text{ m}^4(0.030 \text{ m})} = 4.88 \text{ MPa} \qquad \textit{Resp.}$$

El esfuerzo cortante que actúa en la parte superior del tablón inferior se muestra en la figura 7–12*c*. Observe que la resistencia del pegamento a este esfuerzo *cortante horizontal* o lateral es la que evita que las tablas se deslicen en el soporte *C*.



(c)

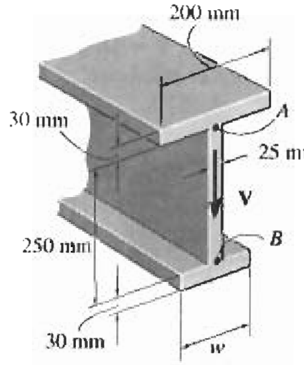
Figura 7–12

PROBLEMAS

7–1 Determine el esfuerzo cortante en los puntos A y B del alma, cuando la viga está sometida a una fuerza cortante $V = 15$ kN. Indique las componentes del esfuerzo cortante sobre un elemento de volumen localizado en esos puntos. Considere $w = 125$ mm. Demuestre que el eje neutro está localizado en $\bar{y} = 0.1747$ m desde la base y que $I_{NA} = 0.2182(10^{-3})$ m^4.

7–2 Si la viga de patín ancho está sometida a una fuerza cortante $V = 30$ kN, determine el esfuerzo cortante máximo en la viga. Considere $w = 200$ mm.

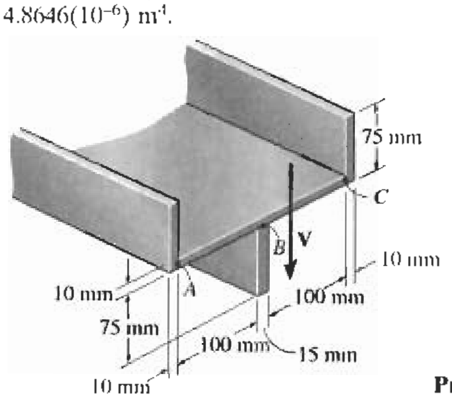
7–3 Si la viga de patín ancho está sometida a una fuerza cortante $V = 30$ kN, determine la fuerza cortante resistida por el alma de la viga. Considere $w = 200$ mm.



Problemas 7–1/7–2/7–3

***7–4** La viga está formada por tres placas de acero y está sometida a una fuerza cortante $V = 150$ kN. Determine el esfuerzo cortante en los puntos A y C donde se unen las placas. Demuestre $\bar{y} = 0.080196$ m desde la base y que $I_{NA} = 4.8646(10^{-6})$ m^4.

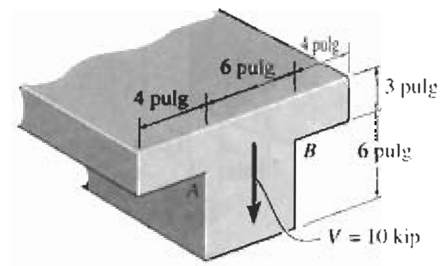
7–5 La viga está formada por tres placas de acero y está sometida a una fuerza cortante $V = 150$ kN. Determine la fuerza cortante en el punto B donde las placas se unen. Demuestre que $\bar{y} = 0.080196$ m desde la base y que $I_{NA} = 4.8646(10^{-6})$ m^4.



Problemas 7–4/7–5

7–6 Determine el esfuerzo cortante máximo en la viga T cuando ella está sometida a una fuerza cortante vertical $V = 10$ kip. Calcule también el salto del esfuerzo cortante en la unión AB del patín con el alma. Esboce la variación de la intensidad del esfuerzo cortante sobre toda la sección transversal. Demuestre que $I_{NA} = 532.04$ pulg^4.

7–7 Determine la fuerza cortante vertical resistida por el patín de la viga T cuando está sometida a una fuerza cortante vertical $V = 10$ kip. Demuestre que $I_{NA} = 532.04$ pulg^4.

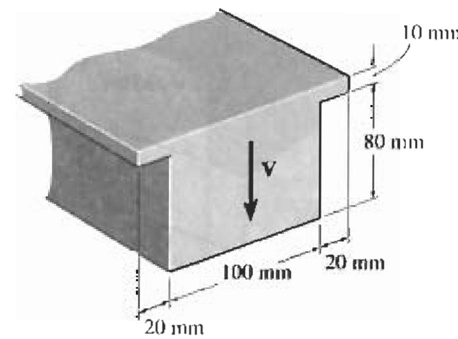


Problemas 7–6/7–7

***7–8** Determine el esfuerzo cortante máximo en el puntal sometido a una fuerza cortante $V = 15$ kN. Demuestre que $I_{NA} = 6.691(10^{-6})$ m^4.

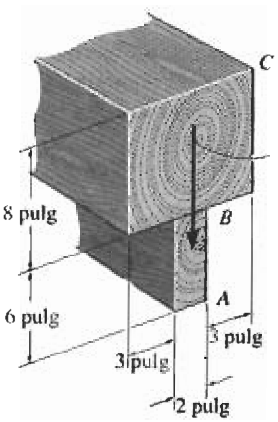
7–9 Determine la fuerza cortante máxima V que el puntal puede soportar si el esfuerzo cortante permisible para el material es $\tau_{perm} = 50$ MPa. Demuestre que $I_{NA} = 6.691(10^{-6})$ m^4.

7–10 Determine la intensidad del esfuerzo cortante distribuido sobre la sección transversal del puntal si éste está sometido a una fuerza cortante $V = 12$ kN. Demuestre que $I_{NA} = 6.691(10^{-6})$ m^4.



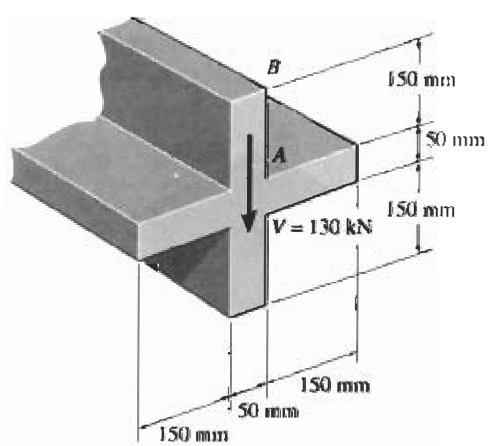
Problemas 7–8/7–9/7–10

7–11 Esboce la iutensidad de la distribución del esfuerzo cortante que actúa sobre la sección transversal de la viga y determine la fuerza cortante resultante que actúa sobre el segmento AB. La fuerza cortante que actúa en la sección es $V = 35$ kip. Demuestre que $I_{NA} = 872.49$ pulg^4.



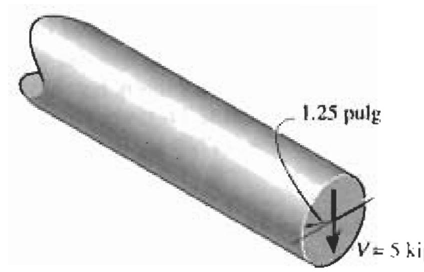
Problema 7–11

***7–12** El puntal está sometido a una fuerza cortante vertical $V = 130$ kN. Trace la intensidad de la distribución del esfuerzo cortante que actúa sobre la sección transversal y calcule la fuerza cortante resultante desarrollada en el segmento vertical AB.



Problema 7–12

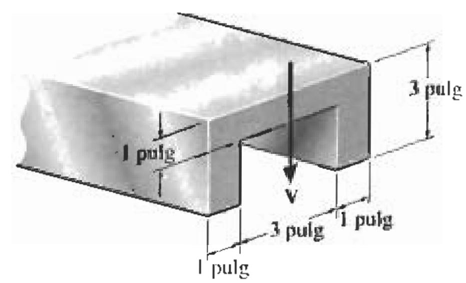
7–13 La barra de acero tiene un radio de 1.25 pulg. Si está sometida a una fuerza cortante $V = 5$ kip, determine el esfuerzo cortante máximo.



Problema 7–13

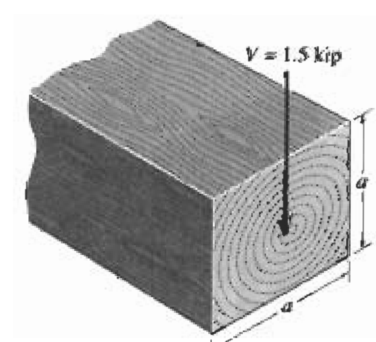
7–14 Determine la fuerza cortante V máxima que el miembro puede soportar si el esfuerzo cortante permisible es $\tau_{perm} = 8$ ksi.

7–15 Si la fuerza cortante aplicada es $V = 18$ kip, determine el esfuerzo cortante máximo en el miembro.



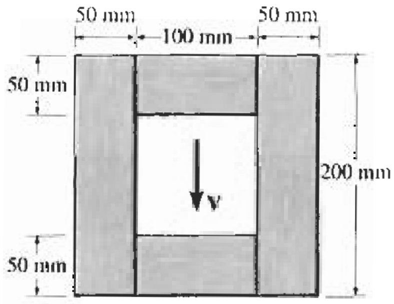
Problemas 7–14/7–15

***7–16** La viga tiene una sección transversal cuadrada y está hecha de madera con un esfuerzo cortante permisible $\tau_{perm} = 1.4$ ksi. Determine la dimensión a más pequeña de sus lados cuando está sometida a una fuerza cortante $V = 1.5$ kip.



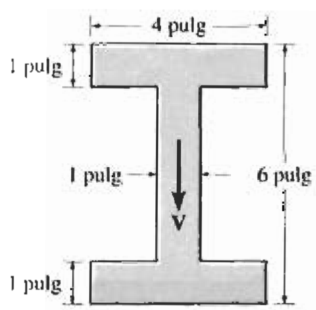
Problema 7–16

7–17 La viga de madera tiene un esfuerzo cortante permisible $\tau_{perm} = 7$ MPa. Determine la fuerza cortante máxima V que puede aplicarse a la sección transversal.



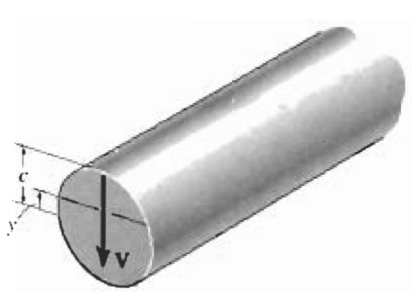
Problema 7–17

7–18 La viga está hecha de un polímero y está sometida a una fuerza cortante $V = 7$ kip. Determine el esfuerzo cortante máximo en la viga y obtenga la distribución del esfuerzo cortante sobre la sección transversal. Indique los valores del esfuerzo cortante a cada 0.5 pulg del peralte de la viga.



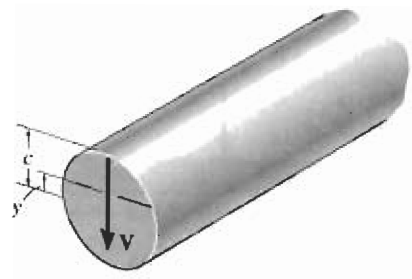
Problema 7–18

7–19 Grafique la distribución del esfuerzo cortante sobre la sección transversal de la barra de radio c. ¿Cuántas veces mayor es el esfuerzo cortante máximo que el esfuerzo cortante promedio que actúa sobre la sección transversal?



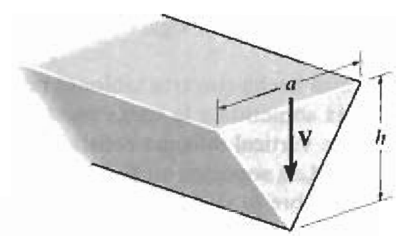
Problema 7–19

***7–20** Desarrolle una expresión para la componente vertical promedio del esfuerzo cortante que actúa sobre el plano horizontal de la flecha, situado a una distancia y del eje neutro.



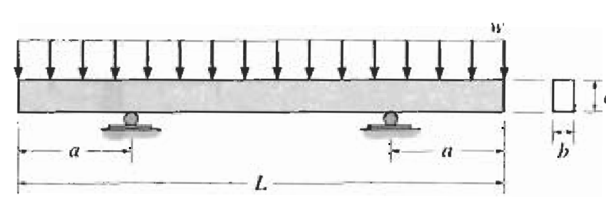
Problema 7–20

7–21 Un miembro tiene una sección transversal en forma de un triángulo equilátero. Determine el esfuerzo cortante máximo promedio en el miembro cuando está sometido a una fuerza cortante **V**. ¿Puede usarse la fórmula del cortante para obtener este valor? Explíquelo.



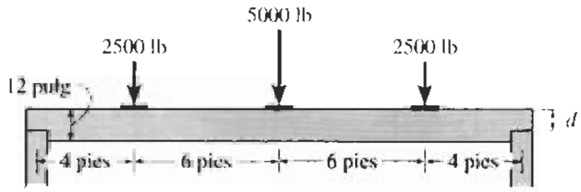
Problema 7–21

7–22 La viga está sometida a una carga uniforme w. Determine la posición a de los soportes de manera que el esfuerzo cortante en la viga sea tan pequeño como sea posible. ¿Qué valor tiene este esfuerzo?



Problema 7–22

7–23 La viga de madera va a ser rebajada en sus extremos, tal como se muestra. Cuando la viga soporta la carga mostrada, determine la profundidad d más pequeña de la viga en el recorte si el esfuerzo cortante permisible $\tau_{perm} = 450$ psi. La viga tiene un ancho de 8 pulg.

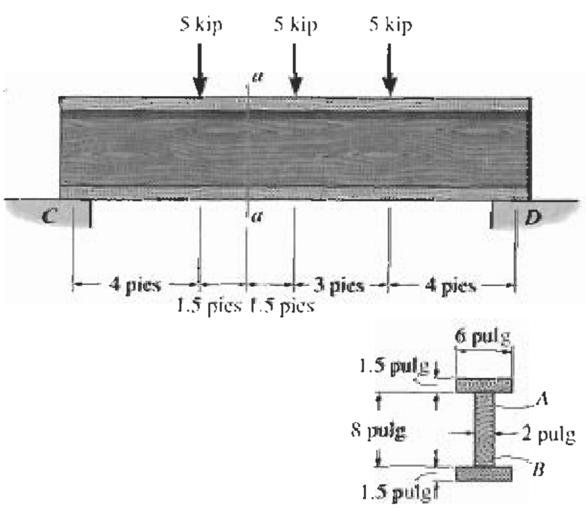


Problema 7–23

***7–24** La viga está hecha con tres tablones pegados entre sí en A y B. Si está sometida a la carga mostrada, determine el esfuerzo cortante desarrollado en las juntas del pegamento en la sección a–a. Los soportes en C y D ejercen sólo reacciones verticales sobre la viga.

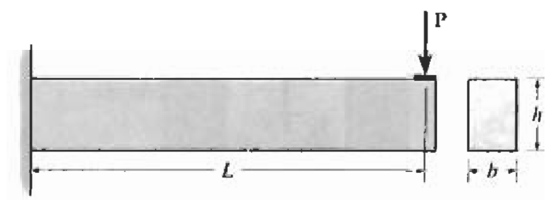
7–25 La viga está hecha con tres tablones pegados entre sí en A y B. Si está sometida a la carga mostrada, determine el esfuerzo cortante máximo desarrollado en las juntas unidas por el pegamento. Los soportes en C y D ejercen sólo reacciones verticales sobre la viga.

7–26 La viga está hecha con tres tablones pegados entre sí en A y B. Si está sometida a la carga mostrada, determine la fuerza cortante vertical máxima resistida por el patín superior de la viga. Los soportes en C y D ejercen sólo reacciones verticales sobre la viga.



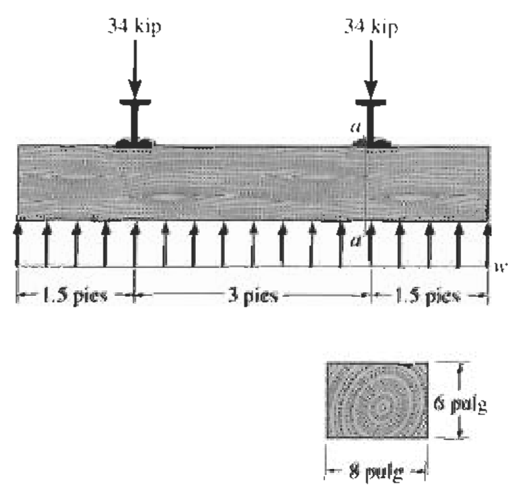
Problemas 7–24/7–25/7–26

7–27 Determine la longitud de la viga en voladizo de manera que el esfuerzo de flexión máximo en la viga sea equivalente al esfuerzo cortante máximo. Comente sobre la validez de sus resultados.



Problema 7–27

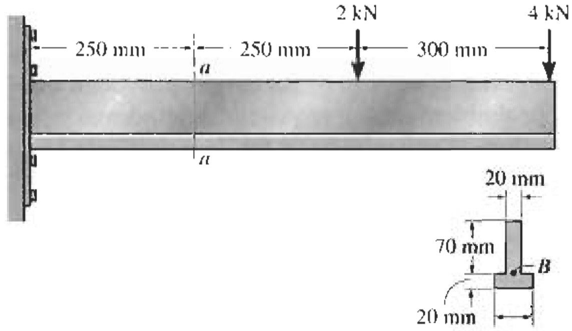
***7–28** Los durmientes de ferrocarril deben diseñarse para resistir grandes cargas cortantes. Si el durmiente está sometido a las cargas de 34 kip y se supone una reacción uniformemente distribuida del suelo, determine la intensidad w requerida por equilibrio y calcule el esfuerzo cortante máximo en la sección a–a que se localiza justo a la izquierda del riel derecho.



Problema 7–28

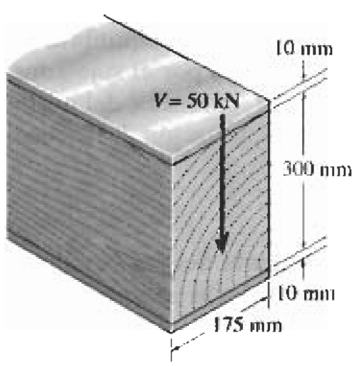
7–29 Determine el esfuerzo cortante en el punto B sobre el alma del puntal en voladizo en la sección a–a.

7–30 Determine el esfuerzo cortante máximo que actúa en la sección *a–a* del puntal en voladizo.



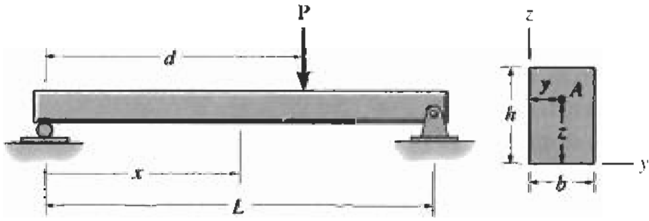
Problemas 7–29/7–30

7–31 La viga compuesta está construida de madera y está reforzada con placas de acero. Use el método de la sección 6.6 y calcule el esfuerzo cortante máximo en la viga cuando está sometida a una fuerza cortante vertical $V = 50$ kN. Considere $E_{ac} = 200$ GPa y $E_{mad} = 15$ GPa.



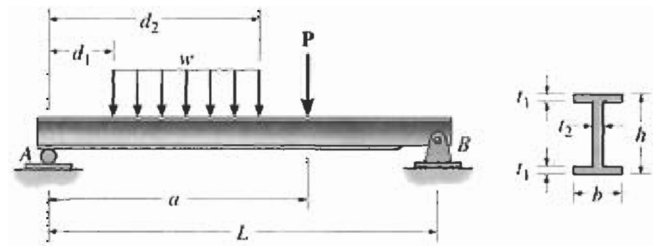
Problema 7–31

■*7–32 La viga simplemente apoyada está sometida a la carga concentrada *P*. Escriba un programa de computadora que pueda usarse para determinar el esfuerzo cortante y el de flexión en cualquier punto específico $A(x,y,z)$ de la sección transversal, excepto en los soportes y bajo la carga. Aplique el programa con los siguientes datos: $P = 600$ N, $d = 3$ m, $L = 4$ m, $h = 0.3$ m, $b = 0.2$ m, $x = 2$ m, $y = 0.1$ m, y $z = 0.2$ m.



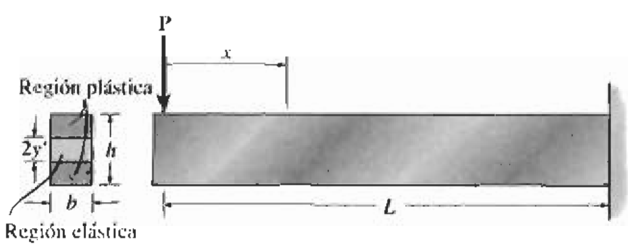
Problema 7–32

■7–33 Escriba un programa de computadora que sirva para determinar el esfuerzo cortante máximo en la viga con la sección transversal mostrada y sometida a una carga distribuida *w* específica constante y a una fuerza concentrada *P*. Aplique el programa con los siguientes datos: $L = 4$ m, $a = 2$ m, $P = 1.5$ kN, $d_1 = 0$, $d_2 = 2$ m, $w = 400$ N/m, $t_1 = 15$ mm, $t_2 = 20$ mm, $b = 50$ mm, y $h = 150$ mm.



Problema 7–33

7–34 La viga tiene una sección transversal rectangular y está sometida a una carga *P* de una magnitud suficiente para desarrollar un momento plástico total $M_p = PL$ en el empotramiento. Si el material es elastoplástico, entonces a una distancia $x < L$, el momento $M = Px$ genera una región de fluencia plástica con un núcleo elástico asociado de altura 2 y'. Esta situación ha sido descrita por la ecuación 6–30 y el momento **M** está distribuido sobre la sección transversal como se muestra en la figura 6–54*e*. Demuestre que el esfuerzo cortante máximo desarrollado en la viga está dado por $\tau_{máx} = \frac{3}{2}(P/A')$, donde $A' = 2\,y'b$ es el área de la sección transversal del núcleo elástico.



Problema 7–34

7–35 La viga en la figura 6–54*f* está sometida a un momento plástico total $\mathbf{M}_p$. Demuestre que los esfuerzos cortantes longitudinal y transversal en la viga son iguales a cero. *Sugerencia*: Considere un elemento de viga como se muestra en la figura 7–4*d*.

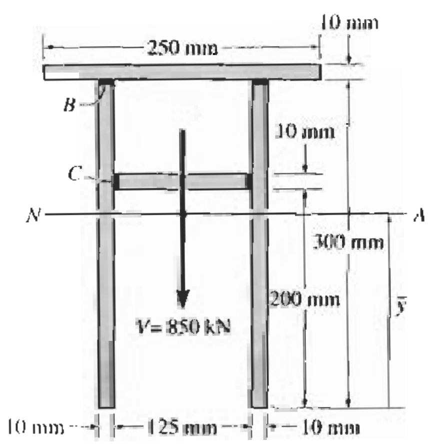
EJEMPLO 7-4

La viga se va a construir con cuatro tablones pegados entre sí como se muestra en la figura 7–16*a*. Si va a estar sometida a una fuerza cortante $V = 850$ kN, determine el flujo de cortante en B y C que debe resistir el pegamento.

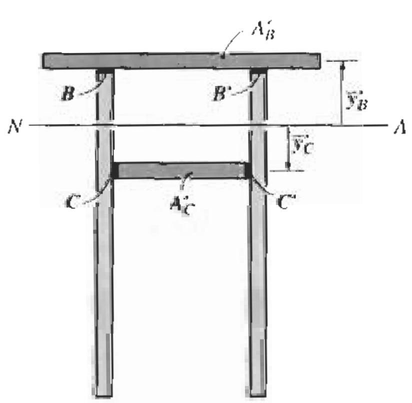
SOLUCIÓN

Propiedades de la sección. El eje neutro (centroide) se localizará con referencia al fondo de la viga, figura 7–16*a*. Con unidades métricas, tenemos:

$$\bar{y} = \frac{\Sigma\tilde{y}A}{\Sigma A} = \frac{2[0.15\text{ m}](0.3\text{ m})(0.01\text{ m}) + [0.205\text{ m}](0.125\text{ m})(0.01\text{ m}) + [0.305\text{ m}](0.250\text{ m})(0.01\text{ m})}{2(0.3\text{ m})(0.01\text{ m}) + 0.125\text{ m}(0.01\text{ m}) + 0.250\text{ m}(0.01\text{ m})}$$
$$= 0.1968\text{ m}$$



(a)



(b)

Figura 7–16

El momento de inercia calculado con respecto al eje neutro es:

$$I = 2\left[\frac{1}{12}(0.01\text{ m})(0.3\text{ m})^3 + (0.01\text{ m})(0.3\text{ m})(0.1968\text{ m} - 0.150\text{ m})^2\right]$$
$$+ \left[\frac{1}{12}(0.125\text{ m})(0.01\text{ m})^3 + (0.125\text{ m})(0.01\text{ m})(0.205\text{ m} - 0.1968\text{ m})^2\right]$$
$$+ \left[\frac{1}{12}(0.250\text{ m})(0.01\text{ m})^3 + (0.250\text{ m})(0.01\text{ m})(0.305\text{ m} - 0.1968\text{ m})^2\right]$$
$$= 87.52(10^{-6})\text{ m}^4$$

Como el pegamento en B y B' conecta el tablón superior a la viga, figura 7–16*b*, tenemos:

$$Q_B = \bar{y}'_B A'_B = [0.305\text{ m} - 0.1968\text{ m}](0.250\text{ m})(0.01\text{ m})$$
$$= 0.270(10^{-3})\text{ m}^3$$

De la misma manera, el pegamento en C y C' conecta el tablón interior a la viga, figura 7–16*b*, por lo que:

$$Q_C = \bar{y}'_C A'_C = [0.205\text{ m} - 0.1968\text{ m}](0.125\text{ m})(0.01\text{ m})$$
$$= 0.01025(10^{-3})\text{ m}^3$$

Flujo de cortante. Para B y B' tenemos:

$$q'_B = \frac{VQ_B}{I} = \frac{850\text{ kN}(0.270(10^{-3})\text{ m}^3)}{87.52(10^{-6})\text{ m}^4} = 2.62\ 385\text{ MN/m}$$

Para C y C',

$$q'_C = \frac{VQ_C}{I} = \frac{850\text{ kN}(0.01025(10^{-3})\text{ m}^3)}{87.52(10^{-6})\text{ m}^4} = 0.0995\text{ MN/m}$$

Como se usan *dos juntas* de pegamento para conectar cada tablón, el pegamento por metro de longitud de viga en cada junta debe ser suficientemente fuerte para resistir *la mitad* de cada valor calculado de q'. Entonces,

$$q_B = 1.31\text{ MN/m} \qquad \text{y} \qquad q_C = 0.0498\text{ MN/m} \qquad \textit{Resp.}$$

EJEMPLO 7–5

Una viga en caja se construye con cuatro tablones clavados entre sí, tal como se muestra en la figura 7–17*a*. Si cada clavo puede soportar una fuerza cortante de 30 lb, determine la separación s máxima entre clavos en B y C para que la viga pueda soportar la fuerza vertical de 80 lb.

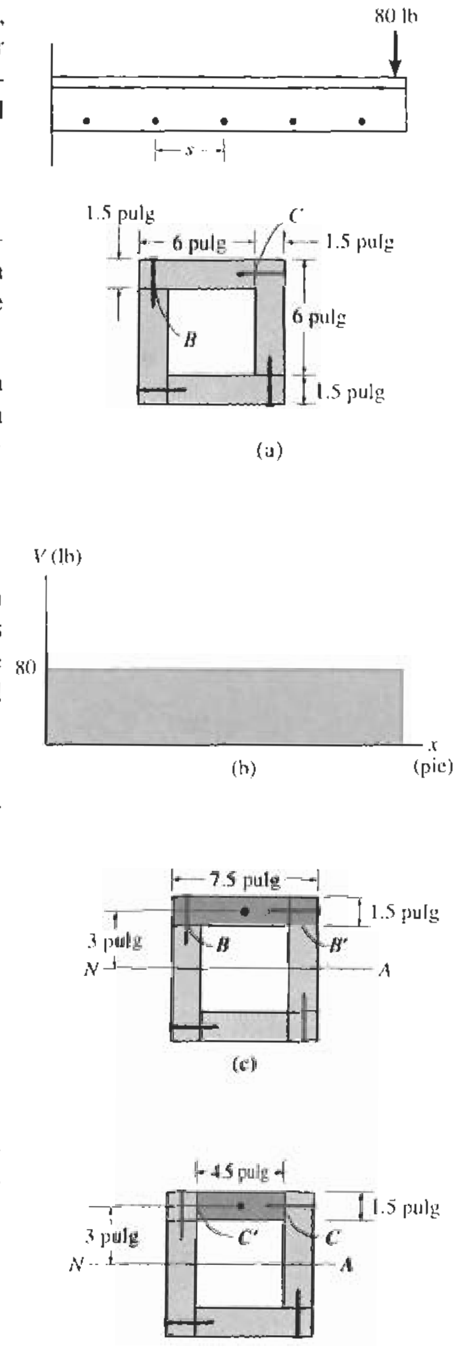


Figura 7–17

SOLUCIÓN

Fuerza cortante interna. Si la viga se secciona en un *punto arbitrario* a lo largo de su longitud, la fuerza cortante interna requerida por equilibrio es siempre $V = 80$ lb; el diagrama de fuerza cortante se muestra en la figura 7–17*b*.

Propiedades de la sección. El momento de inercia de la sección transversal respecto al eje neutro puede evaluarse considerando un cuadrado de 7.5 pulg + 7.5 pulg menos un cuadrado de 4.5 pulg + 4.5 pulg.

$$I = \frac{1}{12}(7.5 \text{ pulg})(7.5 \text{ pulg})^3 - \frac{1}{12}(4.5 \text{ pulg})(4.5 \text{ pulg})^3 = 229.5 \text{ pulg}^4$$

El flujo de cortante en B se determina usando la Q_B calculada con el área de sombreado oscuro mostrada en la figura 7–17*c*. Es esta porción "simétrica" de la viga la que debe "ligarse" al resto de la viga por medio de clavos en el lado izquierdo y por las fibras del tablón en el lado derecho. Así,

$$Q_B = \bar{y}'A' = [3 \text{ pulg}](7.5 \text{ pulg})(1.5 \text{ pulg}) = 33.75 \text{ pulg}^3$$

De la misma manera, el flujo de cortante en C puede evaluarse usando el área "simétrica" sombreada mostrada en la figura 7–17*d*. Tenemos:

$$Q_C = \bar{y}'A' = [3 \text{ pulg}](4.5 \text{ pulg})(1.5 \text{ pulg}) = 20.25 \text{ pulg}^3$$

Flujo de cortante

$$q_B = \frac{VQ_B}{I} = \frac{80 \text{ lb}(33.75 \text{ pulg}^3)}{229.5 \text{ pulg}^4} = 11.76 \text{ lb/pulg}$$

$$q_C = \frac{VQ_C}{I} = \frac{80 \text{ lb}(20.25 \text{ pulg}^3)}{229.5 \text{ pulg}^4} = 7.059 \text{ lb/pulg}$$

Estos valores representan la fuerza cortante por longitud unitaria de la viga que debe ser resistida por los clavos en B y por las fibras en B', figura 7–17*c*, y por los clavos en C y las fibras en C', figura 7–17*d*, respectivamente. Como en cada caso el flujo de cortante es resistido en *dos* superficies y cada clavo puede resistir 30 lb, la separación para B es:

$$s_B = \frac{30 \text{ lb}}{(11.76/2) \text{ lb/pulg}} = 5.10 \text{ pulg} \qquad \text{Use } s_B = 5 \text{ pulg} \qquad \textit{Resp.}$$

La separación para C es:

$$s_C = \frac{30 \text{ lb}}{(7.059/2) \text{ lb/pulg}} = 8.50 \text{ pulg} \qquad \text{Use } s_C = 8.5 \text{ pulg} \qquad \textit{Resp.}$$

EJEMPLO 7-6

Se usan clavos, con una resistencia total al cortante de 40 lb, en una viga que puede construirse como en el caso I o como en el caso II, figura 7–18. Si los clavos están espaciados a 9 pulg, determine la fuerza cortante vertical máxima que puede soportar la viga en cada caso sin que ocurra la falla por cortante.

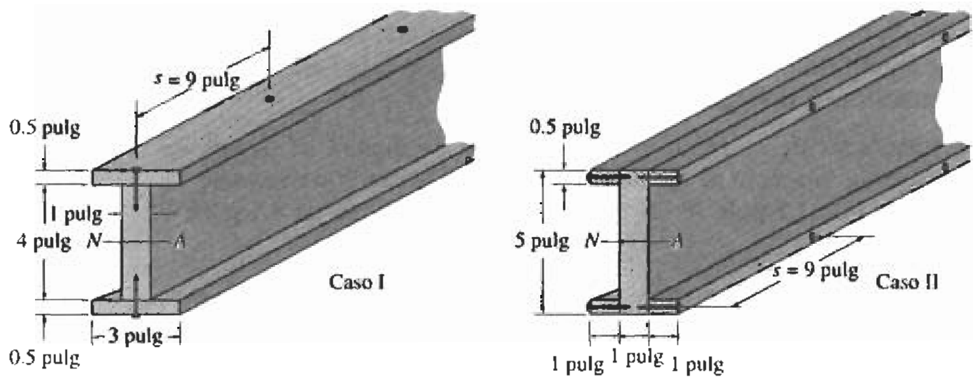


Figura 7–18

SOLUCIÓN

Dado que la geometría es la misma en ambos casos, el momento de inercia respecto al eje neutro es:

$$I = \frac{1}{12}(3\text{ pulg})(5\text{ pulg})^3 - 2\left[\frac{1}{12}(1\text{ pulg})(4\text{ pulg})^3\right] = 20.58\text{ pulg}^4$$

Caso I. En este diseño, una simple hilera de clavos conecta cada patín al alma. Para uno de los patines,

$$Q = \bar{y}'A' = [2.25\text{ pulg}](3\text{ pulg}(0.5\text{ pulg})) = 3.375\text{ pulg}^3$$

por lo que

$$q = \frac{VQ}{I}$$

$$\frac{40\text{ lb}}{9\text{ pulg}} = \frac{V(3\,375\text{ pulg}^3)}{20.58\text{ pulg}^4}$$

$$V = 27.1\text{ lb}$$ ***Resp.***

Caso II. Aquí, una simple hilera de clavos conecta uno de los tablones laterales al alma. Entonces,

$$Q = \bar{y}'A' = [2.25\text{ pulg}](1\text{ pulg}(0.5\text{ pulg})) = 1.125\text{ pulg}^3$$

$$q = \frac{VQ}{I}$$

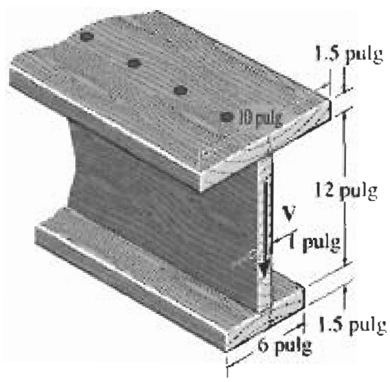
$$\frac{40\text{ lb}}{9\text{ pulg}} = \frac{V(1\,125\text{ pulg}^3)}{20.58\text{ pulg}^4}$$

$$V = 81.3\text{ lb}$$ ***Resp.***

PROBLEMAS

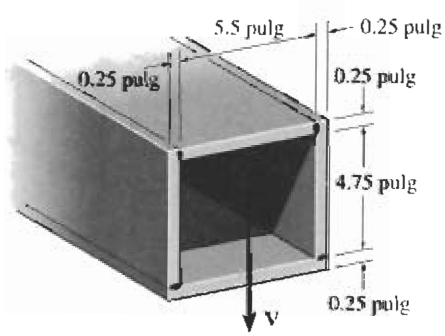
***7–36** La viga está construida con tres tablones. Si está sometida a una fuerza cortante $V = 5$ kip, determine la separación s de los clavos usados para mantener los patines superior e inferior unidos al alma. Cada clavo puede soportar una fuerza cortante de 500 lb.

7–37 La viga está construida con tres tablones. Determine la fuerza cortante máxima V que puede soportar si el esfuerzo cortante permisible para la madera es $\tau_{perm} = 400$ psi. ¿Cuál es el espaciamiento requerido s de los clavos si cada clavo puede resistir una fuerza cortante de 400 lb?



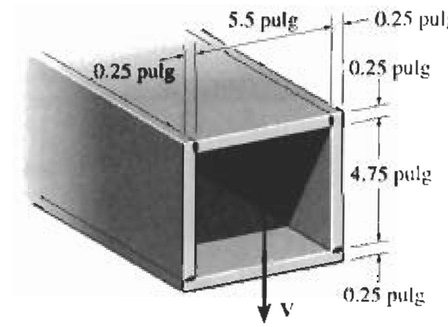
Problemas 7–36/7–37

7–38 La viga en caja está hecha de cuatro piezas de plástico pegadas entre sí como se muestra. Si el pegamento tiene una resistencia permisible de 400 lb/pulg², determine la fuerza cortante máxima que la viga puede resistir.



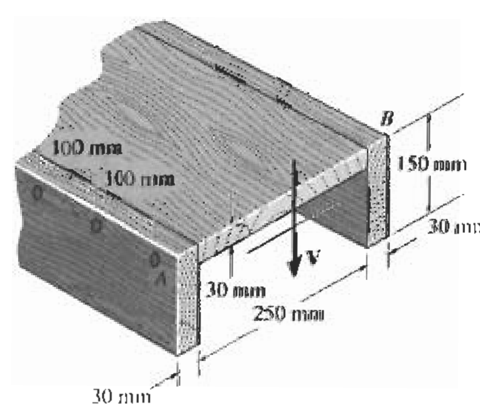
Problema 7–38

7–39 La viga en caja está hecha de cuatro piezas de plástico pegadas entre sí como se muestra. Si la fuerza cortante es $V = 2$ kip, determine el esfuerzo cortante resistido por el pegamento en las uniones.



Problema 7–39

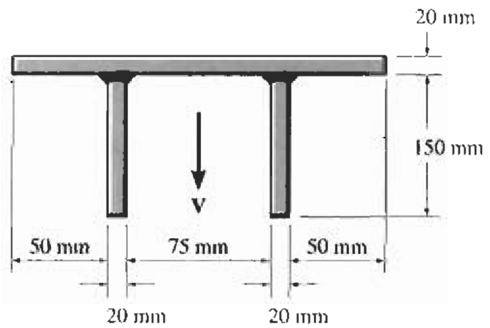
***7–40** La viga está sometida a una fuerza cortante $V = 800$ N. Determine el esfuerzo cortante promedio desarrollado en los clavos a lo largo de los lados A y B cuando la separación entre los clavos es $s = 100$ mm. Cada clavo tiene un diámetro de 2 mm.



Problema 7–40

7–41 La viga doble T se fabrica soldando las tres placas entre sí como se muestra. Determine el esfuerzo cortante en la soldadura necesaria para soportar una fuerza cortante V = 80 kN.

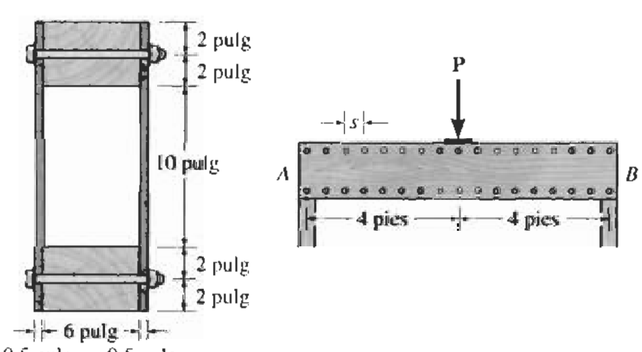
7–42 La viga doble T se fabrica soldando las tres placas entre sí como se muestra. Si la soldadura puede resistir un esfuerzo cortante τ_{perm} = 90 MPa, determine la fuerza cortante máxima que puede aplicarse a la viga.



Problemas 7–41/7–42

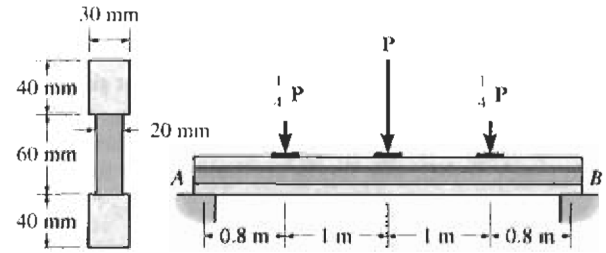
7–43 La trabe de doble alma se construye con dos hojas de madera contrachapada unidas a miembros de madera en sus partes superior e inferior. Si cada perno puede soportar 600 lb en cortante simple, determine la separación s requerida entre pernos para soportar la carga P = 3000 lb. Suponga que A es una articulación y B un rodillo.

***7–44** La trabe de doble alma se coustruye con dos hojas de madera contrachapada unidas a miembros de madera en sus partes superior e inferior. El esfuerzo de flexión permisible para la madera es σ_{perm} = 8 ksi y el esfuerzo cortante permisible es τ_{perm} = 3 ksi. Si los pernos están colocados a s = 6 pulg y cada uno puede soportar 600 lb en cortante simple, determine la carga máxima P que puede aplicarse a la viga.



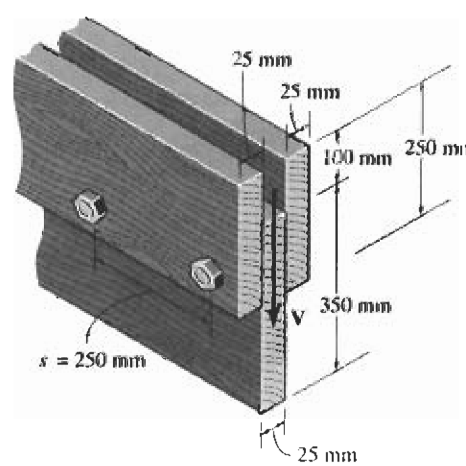
Problemas 7–43/7–44

7–45 La viga está hecha con tres tiras de poliestireno pegadas entre sí como se muestra. Si el pegamento tiene una resistencia al cortante de 80 kPa, determine la carga máxima P que puede aplicarse a la viga sin que el pegamento pierda su adherencia.



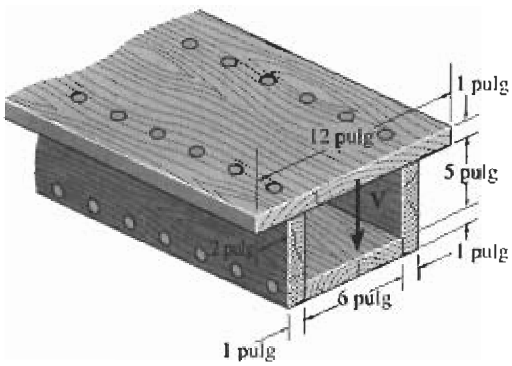
Problema 7–45

7–46 Una viga se construye con tres tablones unidos entre sí como se muestra. Determine la fuerza cortante desarrollada en cada perno cuando la separación entre éstos es s = 250 mm y la fuerza cortante aplicada V = 35 kN.



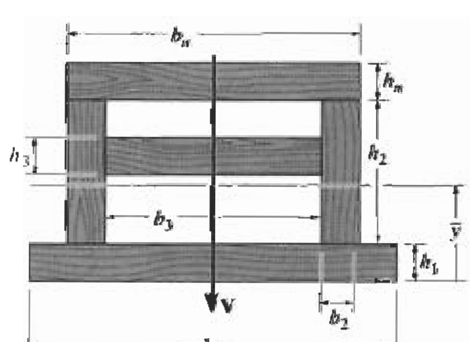
Problema 7–46

7–47 La viga en caja se construye con cuatro tablones unidos por medio de clavos espaciados a lo largo de la viga cada 2 pulg. Si cada clavo puede resistir una fuerza cortante de 50 lb, determine la fuerza cortante máxima que puede aplicarse a la viga sin que fallen los clavos.



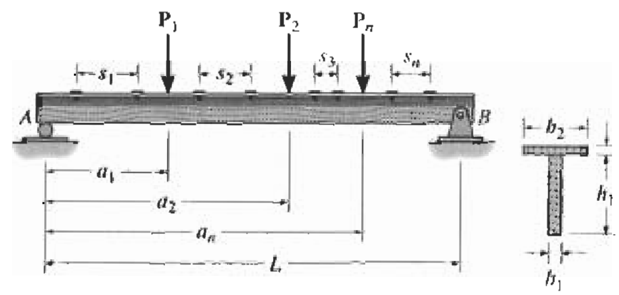
Problema 7–47

■*7–48 Una viga compuesta de madera está hecha con n tablones, cada uno con sección transversal rectangular. Escriba un programa de computadora que sirva para determinar el esfuerzo cortante máximo en la viga cuando está sometida a cualquier fuerza cortante V. Muestre la aplicación del programa usando una sección transversal que consista en una "T" y una caja (doble T cerrada).



Problema 7–48

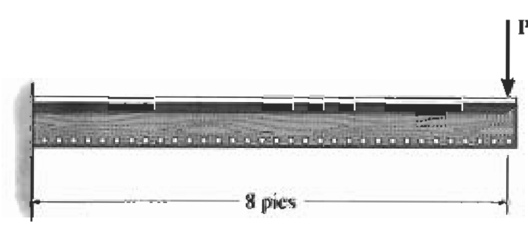
■7–49 La viga T de madera está sometida a una carga que consiste en n fuerzas concentradas P_n. Si se conoce la fuerza cortante permisible V_{clavo} para cada clavo, escriba un programa de computadora que especifique la separación de los clavos entre cada carga. Aplique el programa a los siguientes datos: $L = 15$ pies, $a_1 = 4$ pies, $P_1 = 600$ lb, $a_2 = 8$ pies, $P_2 = 1500$ lb, $b_1 = 1.5$ pulg, $h_1 = 10$ pulg, $b_2 = 8$ pulg, $h_2 = 1$ pulg, y $V_{clavo} = 200$ lb.

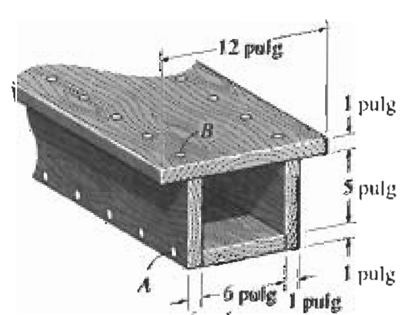


Problema 7–49

7–50 La viga en caja se construye con cuatro tablones unidos por medio de clavos espaciados a lo largo de la viga cada 2 pulg. Si cada clavo puede resistir una fuerza cortante de 50 lb, determine la fuerza máxima P que puede aplicarse a la viga sin que fallen los clavos.

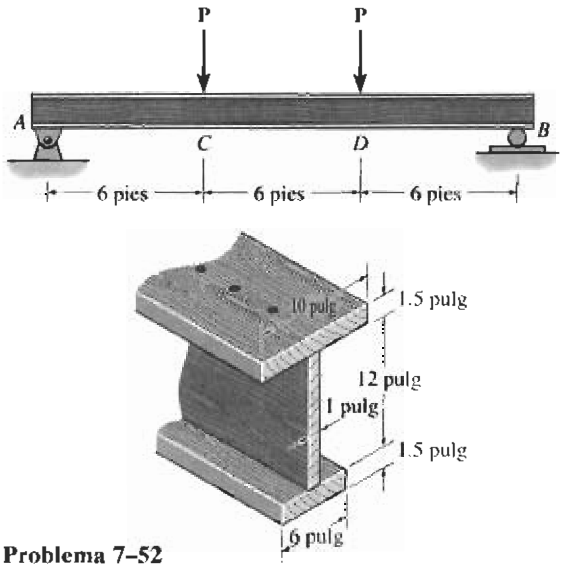
7–51 La viga en caja se construye con cuatro tablones unidos por medio de clavos espaciados a lo largo de la viga cada 2 pulg. Si se aplica a la viga una fuerza $P = 2$ kip, determine la fuerza cortante resistida por cada clavo en A y B.





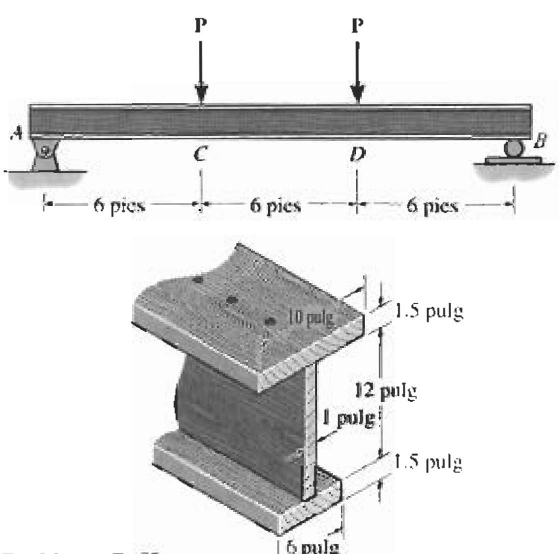
Problemas 7–50/7–51

***7–52** La viga está construida con tres tablones. Si está sometida a las cargas $P = 5$ kip, determine la separación s entre los clavos dentro de las regiones AC, CD y DB usados para conectar los patines superior e inferior al alma. Cada clavo puede resistir una fuerza cortante de 500 lb.



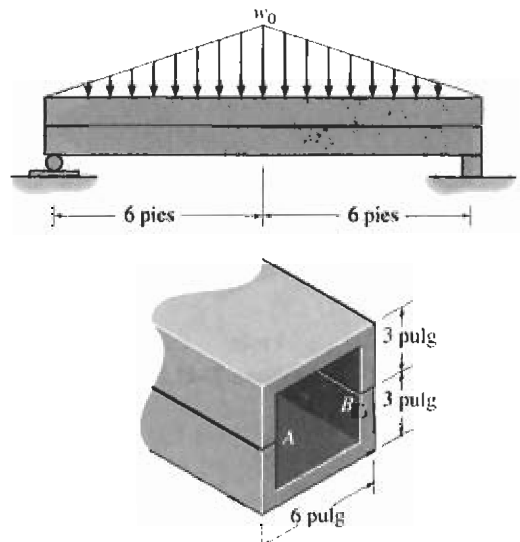
Problema 7–52

7–53 La viga está construida con tres tablones. Determine las cargas máximas P que puede soportar si el esfuerzo cortante permisible para la madera es $\tau_{\text{perm}} = 400$ psi. ¿Cuál es la separación s requerida entre clavos para conectar los patines superior e inferior al alma si cada clavo puede resistir una fuerza cortante de 400 lb?



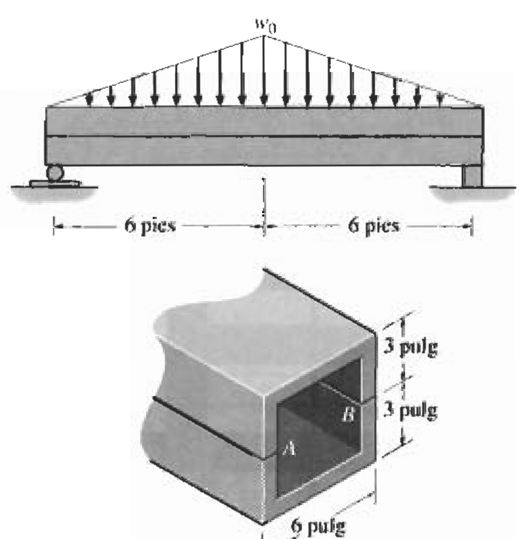
Problema 7–53

7–54 El miembro consiste en dos canales de plástico de 0.5 pulg de espesor, unidas entre sí en A y B. Si el pegamento puede soportar un esfuerzo cortante permisible $\tau_{\text{perm}} = 600$ psi, determine la intensidad w_0 máxima de la carga distribuida triangular que puede aplicarse al miembro con base en la resistencia del pegamento.



Problema 7–54

7–55 La viga consiste en dos canales de plástico de 0.5 pulg de espesor, pegadas entre sí en A y B. Si la carga distribuida tiene una intensidad máxima $w_0 = 3$ kip/pie, determine el esfuerzo cortante máximo resistido por el pegamento.



Problema 7–55

Capítulo 7

7–1. $I = 0.21818(10^{-3})\ \text{m}^4$, $\tau_A = 1.99$ MPa, $\tau_B = 1.65$ MPa
7–2. 4.62 MPa
7–3. 27.1 kN
7–5. $I = 4.8646(10^{-6})\ \text{m}^4$, $\tau_B = 98.7$ MPa
7–6. $\tau_{\text{máx}} = 276$ psi, $(\tau_{AB})_w - (\tau_{AB})_F = 156$ psi
7–7. 3.05 kip
7–9. $I = 6.6911(10^{-6})\ \text{m}^4$, $V = 307$ kN
7–10. $I = 6.6911(10^{-6})\ \text{m}^4$, 1.96 MPa
7–11. 9.96 kip
7–13. 1.36 ksi
7–14. 32.1 kip
7–15. 4.48 ksi
7–17. 100 kN
7–18. 1.50 ksi
7–19. $\dfrac{\tau_{\text{máx}}}{\tau_{\text{prom}}} = \dfrac{4}{3}$
7–21. $\tau_{\text{máx}} = \dfrac{3V}{ah}$
7–22. $a = \dfrac{L}{4}$, $\tau_{\text{máx}} = \dfrac{3}{8}w\left(\dfrac{L}{bd}\right)$
7–23. 2.08 pulg
7–25. 324 psi
7–26. 512 lb
7–27. $L = \dfrac{h}{4}$
7–29. $I = 1.78625(10^{-6})\ \text{m}^4$, $\tau_B = 4.41$ MPa
7–30. $I = 1.78625(10^{-6})\ \text{m}^4$, $\tau_{\text{máx}} = 4.85$ MPa
7–31. 1.05 MPa
7–37. $I = 1196.4375\ \text{pulg}^4$, $V = 4.97$ kip, $s_t = 1.14$ pulg, $s_b = 1.36$ pulg
7–38. 1.24 kip
7–39. $\tau_B = 646$ psi, $\tau_A = 592$ psi
7–41. $I = 29.4909(10^{-6})\ \text{m}^4$, $\tau = 14.4$ MPa
7–42. 499 kN
7–43. 13.8 pulg
7–45. 238 N
7–46. $I = 0.270236(10^{-3})\ \text{m}^4$, $F = 12.5$ kN
7–47. 485 lb
7–50. 317 lb
7–51. $F_B = 316$ lb, $F_A = 206$ lb
7–53. $I = 1196.4375\ \text{pulg}^4$, $P = 4.97$ kip, para AC, BD, $s_t = 1.14$ pulg, $s_b = 1.36$ pulg
7–54. 983 lb/pie
7–55. 1.83 ksi
7–57. $\tau_{B'} = 9.36$ MPa, $\tau_B = 1.34$ MPa, $\tau_C = 1.47$ MPa
7–58. 215 kN/m
7–59. 232 kN/m
7–61. $I = 0.98197(10^{-6})\ \text{m}^4$, $q_A = 1.39$ kN/m, $q_B = 1.25$ kN/m
7–62. $I = 0.98197(10^{-6})\ \text{m}^4$, $q_{\text{máx}} = 3.00$ kN/m
7–63. a) 12.6 kN/m, b) 22.5 kN/m
7–65. $I = 145.98\ \text{pulg}^4$, $q_{\text{máx}} = 414$ lb/pulg
7–66. $q_{AB} = 207 - 51.6x$, $q_{CD} = 44.3 - 22.1x$, $F_{AB} = 413$ lb, $F_{CD} = 44.3$ lb
7–67. $\tau = \dfrac{V}{\pi R^2 t}\sqrt{R^2 - y^2}$
7–69. 1.07 pulg
7–70. $e = \dfrac{b(6h_1h^2 + 3h^2b + 8h_1{}^3)}{2h^3 + 6bh^2 - (h - 2h_1)^3}$
7–71. $e = \dfrac{b}{1 + (h_2/h_1)^3}$
7–73. $e = \dfrac{15}{38}\,d$
7–74. $e = \dfrac{3[h^2b^2 - (h - 2h_1)^2b^2{}_1]}{h^3 + 6bh^2 + 6b_1\,(h - 2h_1)^2}$
7–75. 70 mm
7–77. $e = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\,a$
7–78. $q_A = 0$, $q_{\text{máx}} = 375$ N/m
7–79. $q = (-136y^2 + 424)$ lb/pulg, $q_{\text{máx}} = 424$ lb/pulg
7–81. 171 mm
7–82. $e = \dfrac{4r(\text{sen}\ \alpha - \alpha\cos\alpha)}{2\alpha - \text{sen}\ 2\alpha}$
7–83. $e = 1.26r$
7–85. $I = 57.05\ \text{pulg}^4$, $\tau_B = 795$ psi, $\tau_C = 596$ psi
7–86. $I = 57.05\ \text{pulg}^4$, $\tau_{\text{máx}} = 928$ psi
7–87. $I = 542.86\ \text{pulg}^4$, $s' = 1.49$ pulg, $s = 9.88$ pulg
7–89. $I = 43.71347(10^{-6})\ \text{m}^4$, $q_A = 145$ kN/m, $q_B = 50.4$ kN/m, $\tau_{\text{máx}} = 17.2$ MPa
7–90. $\tau_A = 1.09$ MPa, $\tau_B = 1.91$ MPa, $\tau_{\text{máx}} = 3.95$ MPa
7–91. $\tau_A = 2.99$ MPa, $\tau_B = 1.91$ MPa, $\tau_{\text{máx}} = 2.99$ MPa
7–93. 131 kN

Capítulo 8

8–1. 18.8 mm
8–2. 75.5 pulg