CONVECCION NATURAL

En la convección forzada el fluido se mueve por la acción de una fuerza externa.

En convección natural el fluido se mueve debido a cambios de densidad que resultan del calentamiento o enfriamiento del fluido.

Aplicaciones en flujos externos:

- Pérdidas o ganancias térmicas desde equipos
- Calefacción de ambientes (radiadores, losa radiante)
- Aletas de enfriamiento

Aplicaciones en flujos internos:

- Pérdidas o ganancias de calor desde ambientes habitables, frigoríficos, etc.
- Colectores solares
- Enfriamiento de componentes electrónicos
- Ventanas dobles (termopanel)

Aplicaciones en el medio ambiente

- Corrientes térmicas generadas en el suelo
- Flujos geofísicos
- Lagos y reservorios

Un caso típico:

- Una superficie vertical caliente a Tp
- en un medio de temperatura $T\infty < Tp$,
- La superficie calienta el fluido en su vecindad inmediata
- Este fluido disminuye localmente su densidad respecto a la

del fluido lejos de la superficie.

- Se produce una fuerza de empuje que hace ascender el fluido de menor densidad inmediato a la superficie.
- Como resultado se establece un flujo continuo cuya velocidad depende de la magnitud de la diferencia $\Delta T = Tp - T\infty$.

Similarmente si $Tp < T\infty$ el flujo generado cerca de la superficie tendrá dirección descendente.

En ambos casos el flujo resultante causa un flujo de calor desde o hacia la superficie sólida.

Como el flujo se debe a la existencia de ΔT, es ésta diferencia lo que causa el movimiento, y no una velocidad externa.

Luego, no se puede definir un número de Reynolds como parámetro independiente.

Consideremos una placa plana vertical. El eje x es paralelo a la placa, y el eje y perpendicular a ésta, con x en dirección ascendente. A los ejes x e y corresponden velocidades u y v. El vector aceleración de gravedad apunta hacia abajo.

Si la placa está a mayor temperatura que el ambiente, y se formará una capa límite de flujo ascendente, con origen en x=0. La ecuación de movimiento en dirección x, considerando término gravitatorio y gradiente de presión, es:

$$\rho(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}) = -\frac{\partial p}{\partial x} - \rho g + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Muy lejos de la superficie, el fluido tiene temperatura uniforme

$T\infty$, y una densidad a esa temperatura, que denotaremos por $\rho\infty$. Como la densidad es uniforme lejos de la superficie, u=v=0 en esa ubicación, y el campo de presión es estático, por lo tanto la ecuación de movimiento se reduce a:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_{\infty} g$$

Substituyendo la ecuación anterior en la primera, se obtiene:

$$\rho(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}) = (\rho_{\infty} - \rho)g + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

La diferencia de densidades se puede expresar en términos del coeficiente volumétrico de expansión térmica, β, definido por:

$$\beta = -\frac{1}{\rho}(\frac{\partial \rho}{\partial T})_P$$

Expresando la derivada por diferencias finitas se obtiene:

$$\rho_{\infty} - \rho = -\beta\rho(T_{\infty} - T)$$

y por lo tanto, el problema completo de flujo y transferencia en la capa límite de convección natural estará descrito por el siguiente sistema de ecuaciones de continuidad, momento y energía:

$$(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}) = g\beta(T - T_{\infty}) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

El problema de convección natural es, pues, un problema no lineal, y acoplado ya que la temperatura aparece tanto en la ecuación de la energía como en la de movimiento.

No se puede separar en un problema dinámico y un problema térmico, como se hacía en convección forzada.

Se puede demostrar que el coeficiente de expansión térmica de un gas ideal es igual a $1/T\infty$.

Análisis dimensional de las ecuaciones diferenciales.

Si se definen las siguientes variables adimensionales:

$X=x/L$, $Y=y/L$, $U = u\,L/\nu$, $V = v\,L/\nu$, $\Theta= (T-T\infty)/(Tp-T\infty)$

Las ecuaciones de energía y momentum quedarán:

$$U\frac{\partial\Theta}{\partial X}+V\frac{\partial\Theta}{\partial Y}=\frac{1}{Pr}\frac{\partial^2\Theta}{\partial Y^2}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=\frac{g\beta(T-T_\infty)L^3}{\nu^2}\Theta+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}$$

Aparecen dos grupos adimensionales: el conocido número de Prandtl y el número de Grashof,

$Gr = g\ \beta\Delta T\ L^3/\nu^2$,

que es el parámetro fluidodinámico de la convección natural. En consecuencia, la dependencia adimensional de la transferencia de calor en convección natural es:

$Nu= h\ L\ /k = f\ (Gr, Pr)$.

Las correlaciones de trabajo en convección natural se basan en esa dependencia. En cada situación geométrica se debe especificar la longitud significativa para formar los números de Nusselt y Grashof, y la diferencia de temperatura.

En la mayoría de los casos se usa en lugar de Grashof el número de Rayleigh, $Ra= Gr\ Pr$.

Casos de flujo externo (capa límite laminar y turbulenta)

Los casos de flujo externo por convección natural son la base de determinación de pérdidas térmicas desde equipos. Las geometrías más útiles desde el punto de vista práctico son: Placas y cilindros verticales, cilindros horizontales, y placas horizontales. Las correlaciones predicen valores medios de los coeficientes convectivos.

En convección natural la transición de régimen laminar a turbulento ocurre a un valor del producto Gr Pr especificado para cada situación geométrica.

1.-Convección natural desde placas planas y cilindros verticales

En este caso se definen el Grashof y el Nusselt como sigue:

$Gr_L = g\,ß\,\Delta T\,L^3/\,\nu^2$, $Nu_L = hL/k$

en que g es la aceleración de gravedad ($g = 9{,}8\ m/s^2$), ß es el coeficiente de expansión térmica del fluido, ΔT es la diferencia de temperatura entre la pared y el fluido, L es una dimensión vertical del cuerpo y ν es la viscosidad cinemática.

La correlación disponible para este caso es:

$Nu_L = h\,L/k = C\,(Gr_L\,Pr)^n$

en la cual
C=0,59 y n=0,25 en régimen laminar,
C=0,1 y n=0,333 en régimen turbulento.

La transición de flujo laminar a turbulento se produce para un valor de $Gr_L.Pr$ de 10^9.

Puede observarse en esta correlación que tanto Nu como h dependen explícitamente de la diferencia de temperatura ΔT, a diferencia de los casos de convección forzada en que no se observa esa dependencia explícita. h es proporcional a $\Delta T^{0,25}$ y a $\Delta T^{0,333}$ en régimen laminar y turbulento respectivamente.

2.-Exterior de cilindros horizontales:

En este caso la dimensión significativa es el diámetro exterior D del cilindro:

$Nu_D = h\, D/k = C\, (Gr_D\, Pr)^n$

en la cual

C=0,53 y n=0,25 en régimen laminar,
C=0,13 y n=0,333 en régimen turbulento.

La transición de flujo laminar a turbulento se produce también en este caso para un valor de $Gr_D.Pr$ de 10^9.

Para los dos casos anteriores las correlaciones valen indistintamente si la superficie está a mayor temperatura que el fluido (flujo ascendente con transferencia de calor desde la superficie al fluido), o si el fluido está a mayor temperatura que la superficie (flujo descendente con transferencia de calor desde el fluido a la superficie)

3.-Placas horizontales.

En este caso además del signo de ΔT se debe especificar si la superficie que disipa calor está orientada hacia arriba o hacia abajo.
En los casos precedentes la dimensión significativa era fácil de asignar, ya que es natural asociarla a la extensión vertical de la superficie, considerando que se desarrolla una capa límite ascendente o descendente. En una superficie horizontal, en cambio, la superficie no tiene extensión vertical, y hay que buscar la dimensión significativa.

Suponiendo que en la cara superior de una placa horizontal a mayor temperatura que el ambiente también se desarrolla capa límite, las ecuaciones de ésta serán:

$$(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}) = - \frac{\partial P}{\partial x} + g\beta(T - T_\infty) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

En que x es la coordenada horizontal paralela a la placa, medida desde un borde izquierdo de ésta, e y es la vertical. Se observa que no se puede eliminar la presión dinámica P, como en el caso vertical. U y v son las velocidades correspondientes a x e y.

En primera instancia la placa calienta las moléculas de aire adyacentes a la placa, las cuales tienden a ascender.

Se forma una pequeña depresión sobre la placa, y favorecido por este gradiente de presión, ingresa fluido desde el borde izquierdo, en forma paralela a la placa, formando una capa límite horizontal. Por el borde derecho también ingresa fluido hacia la placa constituyendo otra capa límite. Ambas capas se juntan en el centro de la placa, y forman una corriente ascendente.

De este modo se ve que al formarse capas límites horizontales, la dimensión significativa para Nusselt y Grashof es horizontal.

Como en una placa rectangular hay ingreso de aire por los cuatro bordes, y en una placa circular hay ingreso radial, la dimensión significativa se forma con:

L= A/P= area placa/perímetro de la misma.

Las correlaciones disponibles para este caso son también de la forma:

$Nu_L = h\, L/k = C\, (Gr_L\, Pr)^n$

En que distinguimos 4 casos:

1. Cara superior caliente (con respecto al ambiente)
2. Cara inferior fría
3. Cara superior fría
4. Cara inferior caliente

Los casos 1 y 2 presentan el modo de circulación descrito y se pueden tratar de una manera unificada.

Los casos 3 y 4 presentan una circulación inversa (el fluido se acerca al centro de la placa verticalmente y sale paralelo a ésta), y se tratan también de forma unificada.

Casos 1 y 2:
$C=0{,}54$, $n=0{,}25$ ($10^4 \leq Ra \leq 10^7$)
$C=0{,}15$, $n=0{,}33$ ($10^7 \leq Ra \leq 10^{11}$)

Casos 3 y 4:
$C=0{,}27$, $n=0{,}25$ ($10^5 \leq Ra \leq 10^{10}$)

Convección natural en flujos internos

Recintos cerrados (cavidades).

El problema más básico

Convección natural de un fluido confinado en un recinto rectangular vertical,

- con dos paredes verticales a temperaturas impuestas distintas (diferencialmente calentadas, DC)
- y las dos paredes horizontales adiabáticas.

Es decir, el gradiente de temperatura en este problema es perpendicular a la dirección de la gravedad.

La temperatura inicial es uniforme, To.

La imposición de temperaturas diferentes ($T_1 > T_2$) a dos paredes (fuentes térmicas, o paredes activas) causa una fuerza de empuje por diferencia de densidades:

Cerca de la pared caliente la temperatura del fluido es cercana a T_1, y es mayor que la temperatura media del fluido $To = (T_1 + T_2)/2$, por lo tanto la densidad del fluido cerca de esta pared es inferior a la del resto de la cavidad.

Por lo tanto se genera un flujo ascendente en la vecindad de la pared caliente, al mismo tiempo que esta pared cede calor al fluido que asciende.

La fuerza de empuje negativa que experimenta el fluido cerca de la pared fría causa su descenso frente a ésta. Por inercia se desarrollan velocidades de flujo hacia la pared fría en el borde superior y hacia la pared caliente en el inferior.

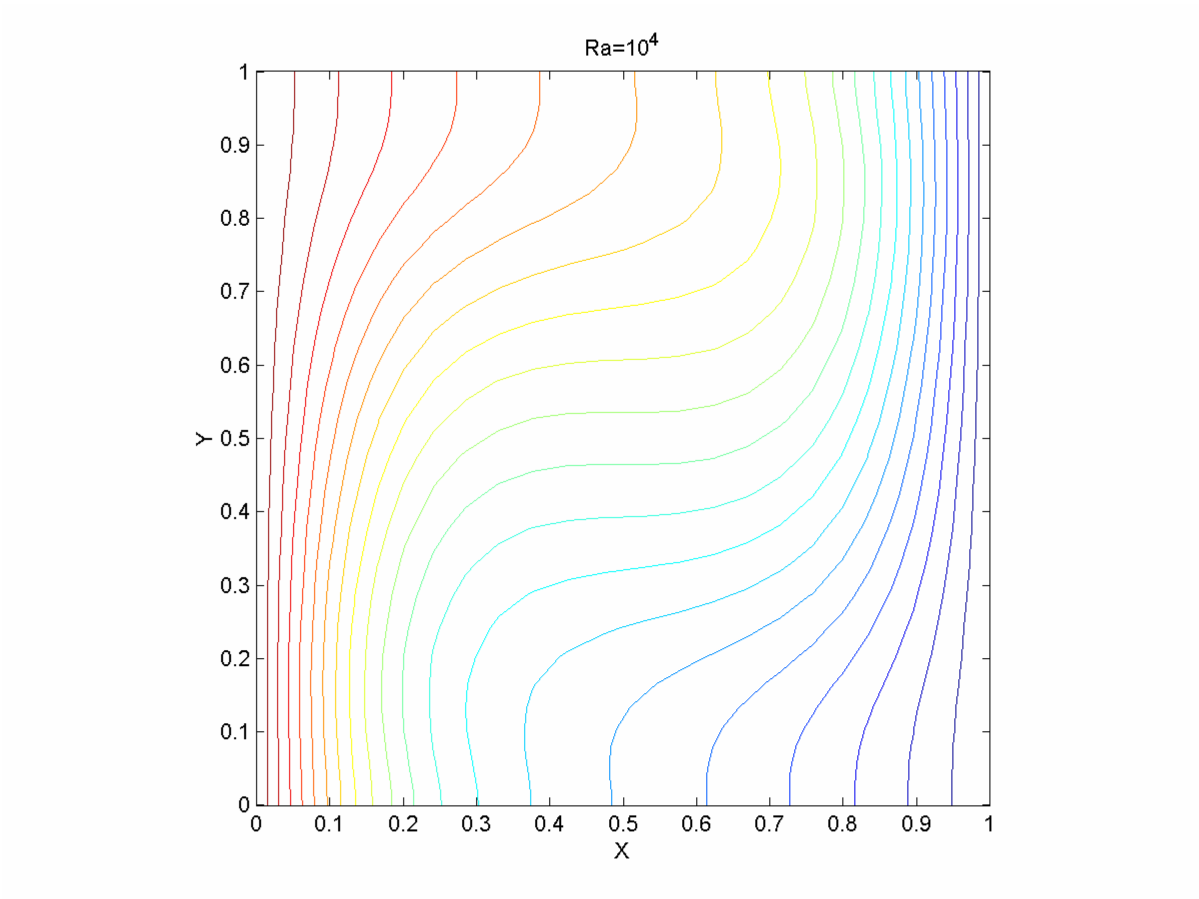
Si las paredes horizontales son adiabáticas tienen una condición de flujo impuesto nulo, por lo tanto su temperatura es dependiente y no entrega fuerzas de empuje al fluido. Esto define una circulación cerrada, mediante la cual el calor cedido por la pared caliente al fluido es entregado por éste a la pared fría.

Las características del flujo y de la distribución de temperatura que resultan de esta situación dependen principalmente de las propiedades físicas del fluido, de la diferencia de temperatura entre las paredes que generan empuje (ΔT), y de las dimensiones (altura H y ancho L) del recinto. Estos efectos se resumen en tres grupos adimensionales independientes:

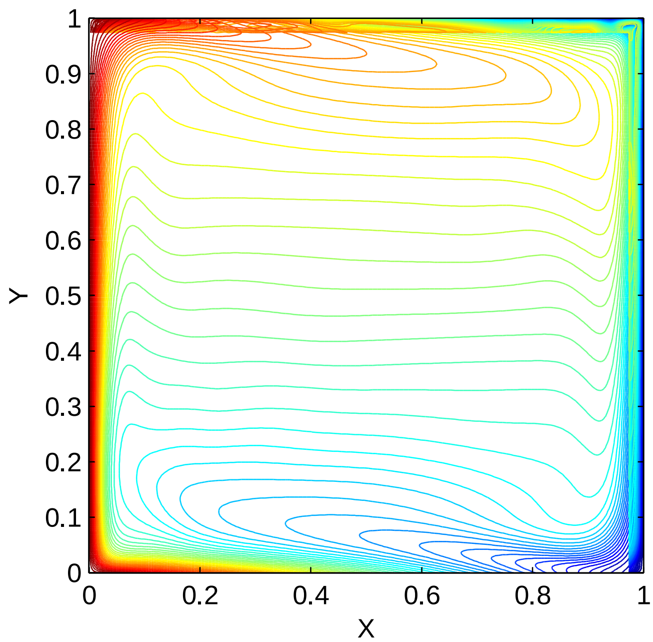
Número de Rayleigh, $Ra = g\beta\Delta T\, L^3 / \nu\alpha = Gr\, Pr$ (parámetro de régimen)
Número de Prandtl, $Pr = \nu/\alpha$ (parámetro del fluido)
Razón de aspecto, $S=H/L$.

A éstos se agrega el grupo adimensional dependiente, llamado número de Nusselt, que representa la transferencia de calor entre las paredes caliente y fría, en términos adimensionales.

Ejemplo de campo de temperatura en una cavidad cuadrada (S=1), con aire (Pr=0.71) a $Ra=10^4$.

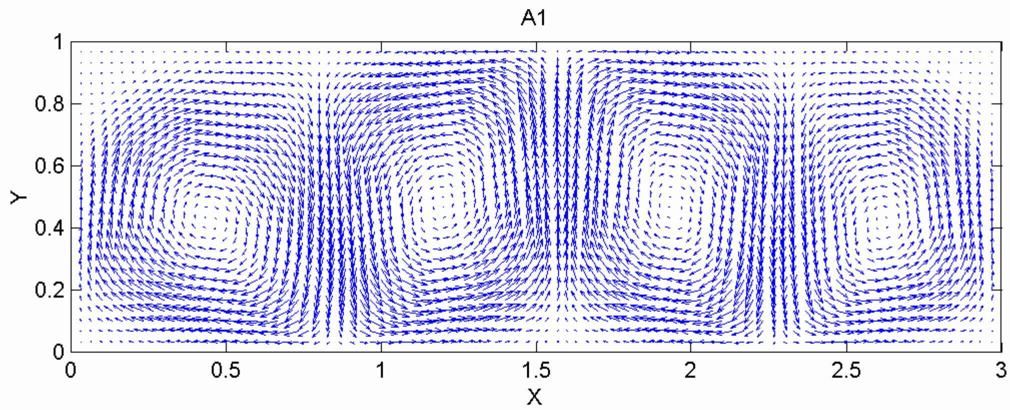


Ahora con $Ra=10^7$



Un segundo problema se refiere a una situación similar a la anterior, pero esta vez las paredes horizontales tienen temperatura impuesta, siendo mayor la temperatura de la pared inferior. (gradiente de temperatura paralelo a g). Esto genera una situación en que tanto el fluido caliente como el frío tienden a subir y bajar respectivamente, en cada punto del recinto, generando formas de flujo mucho más inestables. Este es el problema de Rayleigh-Bénard (RB). Los parámetros independientes son los mismos en ambos problemas.

Caso Ra=50000, Pr=0.71, A=5



Aplicaciones de los problemas

Las aplicaciones se dan en diversos ámbitos. Flujos en cámaras frigoríficas, en espacios habitables, (donde las ventanas y los dispositivos de calefacción son las fuentes térmicas), colectores solares planos y sistemas de enfriamiento de componentes electrónicos son las aplicaciones más nombradas. Estas aplicaciones exigen considerar fluidos de diferentes número de Prandtl y espacios de diferente razón de aspecto (S>1 o <1).

Sistema de ecuaciones para la convección natural tridimensional

Una cavidad paralelepípeda de lados basales L y altura H contiene aire (Pr=0.71). La fuente caliente está a temperatura T_H, La pared fría está a T_C. Se supone que no se alcanza estado estacionario para los casos considerados. Las ecuaciones adimensionales de continuidad (1), momentum (2-4) y energía (5) para flujo laminar, transiente, de un fluido incompresible con la aproximación de Boussinesq y con disipación viscosa despreciable, son respectivamente:

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}+\frac{\partial W}{\partial Z}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}+W\frac{\partial U}{\partial Z}=-\frac{\partial P}{\partial X}+Pr\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Z^2}\right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}+W\frac{\partial V}{\partial Z}=-\frac{\partial P}{\partial Y}+Pr\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Z^2}\right)+Ra\,Pr\,\Theta \tag{3}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial W}{\partial X}+V\frac{\partial W}{\partial Y}+W\frac{\partial W}{\partial Z}=-\frac{\partial P}{\partial Z}+Pr\left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 W}{\partial Y^2}+\frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}\right) \tag{4}$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t}+U\frac{\partial \Theta}{\partial X}+V\frac{\partial \Theta}{\partial Y}+W\frac{\partial \Theta}{\partial Z}=\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2}+\frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^2} \tag{5}$$

$Ra = g\beta\Delta TL^3/\nu\alpha$ es el número de Rayleigh basado en L, que es la distancia entre las paredes activas. Las ecuaciones se han hecho adimensionales partiendo de las dimensionales, usando el lado de la cavidad L, la difusividad térmica α, la densidad ρ y la diferencia total de temperatura $\Delta T=T_H-T_C$ como magnitudes de referencia. Las velocidades adimensionales U, V and W según las coordenadas X, Y, Z respectivamente son cero en las paredes. La definición de la temperatura adimensional Θ es tal que toma valores de 0.5 y -0.5 en las paredes caliente y fría respectivamente. Las condiciones de borde de temperatura dependen de cada

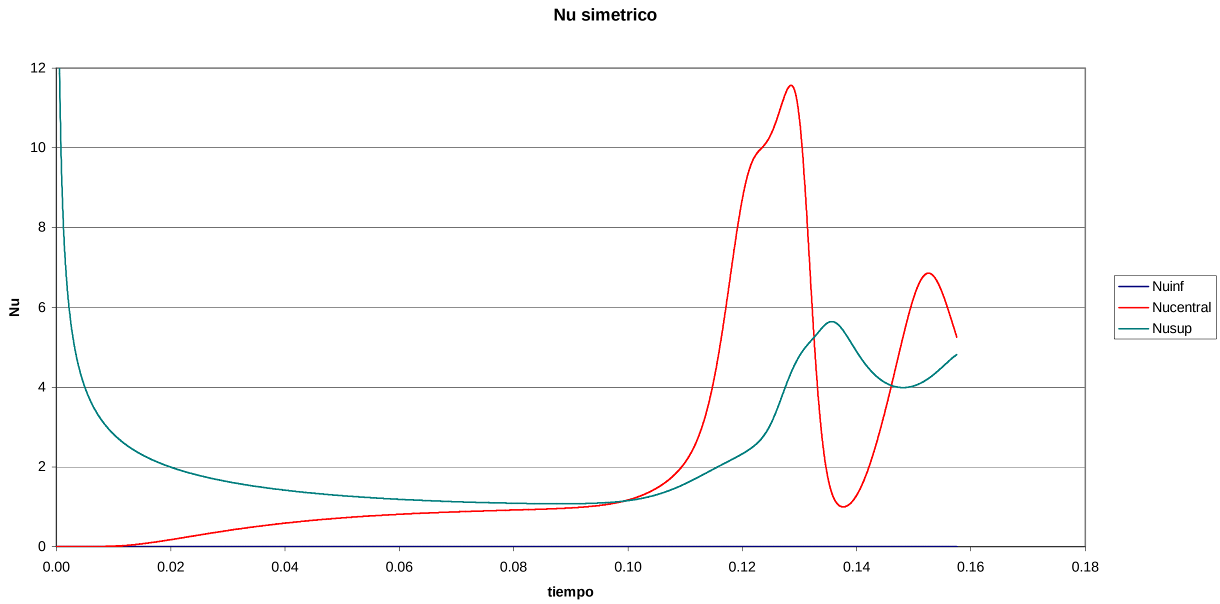
$$q=\rho\ Cu(T-Tm)-k\frac{\partial T}{\partial x}$$

problema

Condiciones iniciales en el problema de Rayleigh-Bénard

En el problema bidimensional, hay varias maneras de imponer las temperaturas que darán inicio al movimiento.

1. Imposición simétrica: partiendo de una condición de reposo y temperatura uniforme To, se impone una temperatura To+ΔT/2 a la superficie inferior, y To-ΔT/2 a la superior. Quedan las dos paredes a temperaturas que difieren en ΔT. Se inicia el movimiento mediante la creación de dos capas con gradiente de temperatura en las caras, las cuales generan rollos independientes. La simetría de este modo de calentamiento genera la siguiente progresión temporal de Nº de Nusselt:

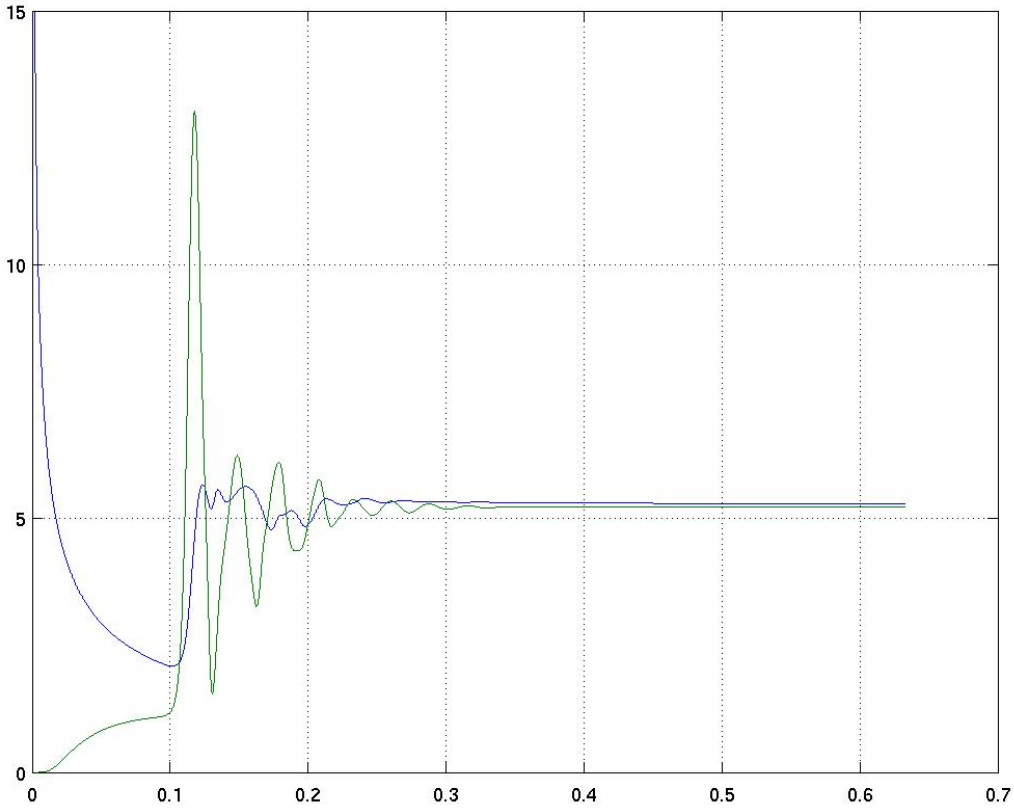


En la cual ambos Nusselt convergen hasta un valor 1.0 en tiempo aproximado de 0.1, luego del cual la convección se hace manifiesta.

2. Calentamiento asimétrico:

Con una temperatura uniforme To en toda la región, se impone una temperatura mayor To+ΔT a la superficie inferior, conservando la temperatura inicial en la cara superior. (O bien, se impone To-ΔT en la cara superior y se mantiene la temperatura inferior en el valor inicial.

La progresión de Nusselt es la siguiente:

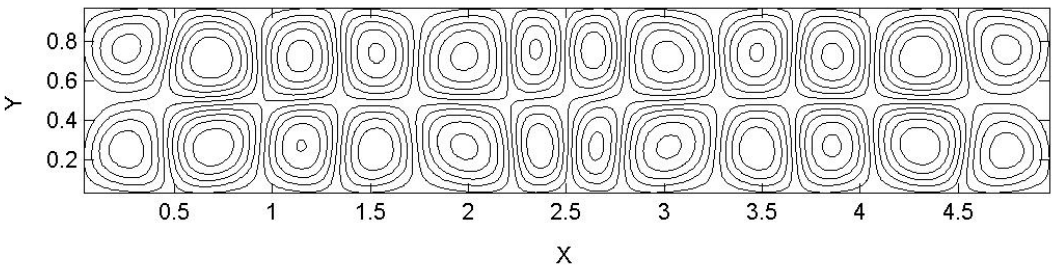


Lo cual muestra que ambos modos de calentamiento entregan un resultado final equivalente.

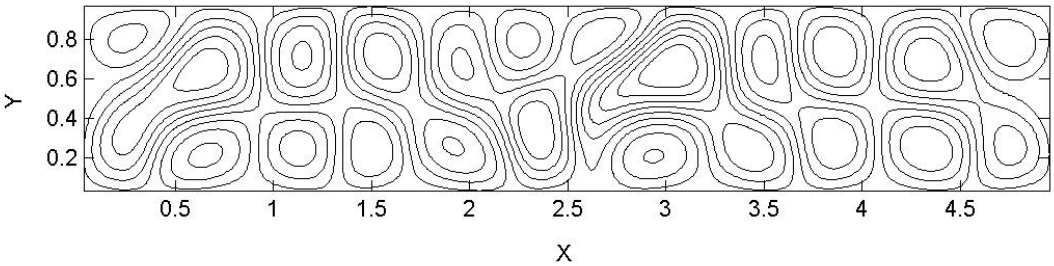
En cualquier caso las fases de desarrollo que se reflejan en las curvas de Nusselt son:

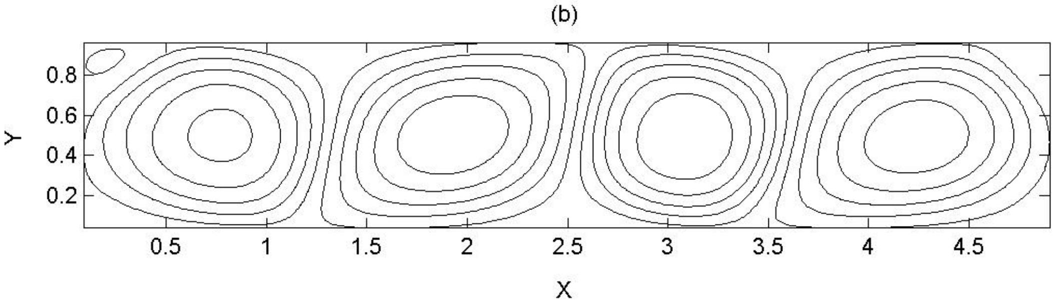
-Estado inicial conductivo. Como se parte del reposo, la transferencia de calor es inicialmente conductiva, aunque se generan movimientos de baja velocidad en forma de rollos aislados

(a)



(a)





Estos rollos interactúan para formar estructuras mayores. La transición está marcada por peaks en la transferencia de calor, y en el estado final el número de rollos se ha reducido.