Convección forzada interna: tubos o canales

Un flujo de velocidad uniforme V y temperatura Te ingresa en un tubo o canal rectangular.

Se generan capas límite de velocidad y temperatura en las paredes.

Al juntarse las capas límite en el eje del tubo, se producen los regímenes:

- Dinámicamente establecido y
- Térmicamente establecido.

Veamos el problema dinámico, geometría tubular, en régimen laminar.

Tubo de radio R, variable radial r, variable axial z.

Flujo incompresible de propiedades constantes.

En la región de régimen dinámicamente establecido, la componente radial de la velocidad (v) es cero.

Por lo tanto, la ecuación de continuidad implica $\partial u/\partial z=0$.

Los términos de inercia se anulan, quedando sólo los términos viscosos y el gradiente de presión.

$$\frac{d^2 u}{d\, r^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} = \frac{1}{\mu}\frac{dp}{dz}$$

La velocidad u es nula en r = R y su derivada es nula en r=0 (máxima velocidad). Con gradiente de presión constante, se obtiene el perfil parabólico del régimen de Poiseuille:

$$u(r) = -\left(\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dz}\right) R^2 \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

La velocidad media o de gasto, V, se evalúa como:

$$V = \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R 2\pi r u(r) dr = -\frac{R^2}{8\mu}\frac{dp}{dz}$$

con lo cual, adimensionalmente:

$$\frac{u(r)}{V} = 2[1 - (\frac{r}{R})^2]$$

El factor de fricción, Λ, se define como:

$$\Lambda = -\frac{dp/dz}{(\frac{1}{2}\rho V^2)/D} = 64\frac{\mu}{\rho V D} = \frac{64}{Re}$$

Usando un Reynolds basado en el diámetro del tubo y en la velocidad de gasto.

Con Λ se predice la pérdida de presión en función de V y L:

$\Delta P = (\Lambda/2)\, V^2\, \rho\, L/D$

Esta pérdida de presión permite evaluar la potencia de bombeo necesaria,

P= ΔP Qv   (Qv, caudal volumétrico, m3/s)

Veamos la distribución de temperatura en la zona de régimen *dinámicamente* establecido (v=0). En la ecuación siguiente, el término convectivo axial no puede eliminarse, porque hay convección en esa dirección. También hay conducción, especialmente radial.

Si no hay disipación viscosa, la ec. de la energía se escribe:

$$\frac{u(r)}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

Condiciones de borde térmicas en la superficie interna del tubo.

Se usan dos condiciones térmicas:

- Temperatura de pared uniforme
- Flujo de calor uniforme.

Se elegirá la última por su mayor simplicidad.

Para evaluar la transferencia de calor necesitamos una diferencia de temperatura apropiada.

La temperatura aumenta axialmente, ➔ necesitamos una temperatura media del flujo Tm(z) en cada posición axial.

La diferencia de temperatura que causa el flujo de calor es, entonces, Tp(z) - Tm(z). (Tp es variable dependiente en caso de flujo de calor uniforme)

Definición de Tm:

$$Tm(z) = \frac{\int_0^R T(r,z)u(r)2\pi r dr}{\int_0^R u(r)2\pi r dr}$$

Esta representa la temperatura "de mezcla" del fluido en una sección z.

Con la condición de flujo uniforme qo en la pared, se demuestra que Tm crece linealmente con z. Esto se obtiene del siguiente balance de calor:

$$q_o \pi D z = WC(Tm(z) - T_e)$$

Esta igualdad viene de considerar que el calor entregado por la pared a flujo uniforme en un tramo Z es igual al recibido por el fluido en el tramo.

Después de una zona de entrada, la temperatura de pared también crece linealmente con z. Esto se deriva de:

1.- El flujo es uniforme según z.
2.- El perfil de velocidades es el mismo en dos estaciones separadas por una cierta

distancia según z.

Para que se cumpla 1.- teniendo en cuenta 2.-, es necesario

Que la pared aumente su temperatura a la misma tasa que la media,
Es decir, que las curvas de Tp y Tm vs. Z sean paralelas.

Esto implica

$dTp/dz = dTm/dz$

Estas derivadas también serán iguales a dT/dz, la derivada axial de temperatura en cualquier posición radial.

Por lo tanto, la derivada de temperatura en el término convectivo de la ecuación de la energía es constante

Se obtiene por lo tanto una ecuación diferencial ordinaria.

Se suprime también el término conductivo axial

Esta ecuación es:

$$\frac{u(r)}{\alpha}\frac{dTm}{dz} = \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dT}{dr}$$

Reemplazando el perfil de velocidad y arreglando, se obtiene:

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = Ar\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

con $A=(2V/\alpha)(dTm/dz)$=cte.

Las condiciones son:

dT/dr= 0 en r=0 y

T=Tp(z) en r=R.

Resolviendo esta ecuación se obtiene:

$$T = A\left[\frac{r^2}{4} - \frac{r^4}{16R^2}\right] + C_1 \qquad\qquad C_1 = T_P + \frac{3}{16}AR^2$$

Evaluando la temperatura media por integración y restando Tp, se obtiene:

$$Tm(z) - Tp(z) = -\frac{11}{48}\frac{A\,R^2}{2}$$

El flujo de calor en la pared es

k dT(R)/dr

(El signo menos de la ley de Fourier no se aplica ya que consideramos el flujo como positivo en el sentido negativo de la coordenada radial)

dT(R)/dr=AR/4, resulta:

h= q/ (Tp – Tm)= (kAR/4)/((11/48)AR^2 /2))

h= (48/11)(k/D), de donde

Nu = hD/k = 48/11 = 4,364.

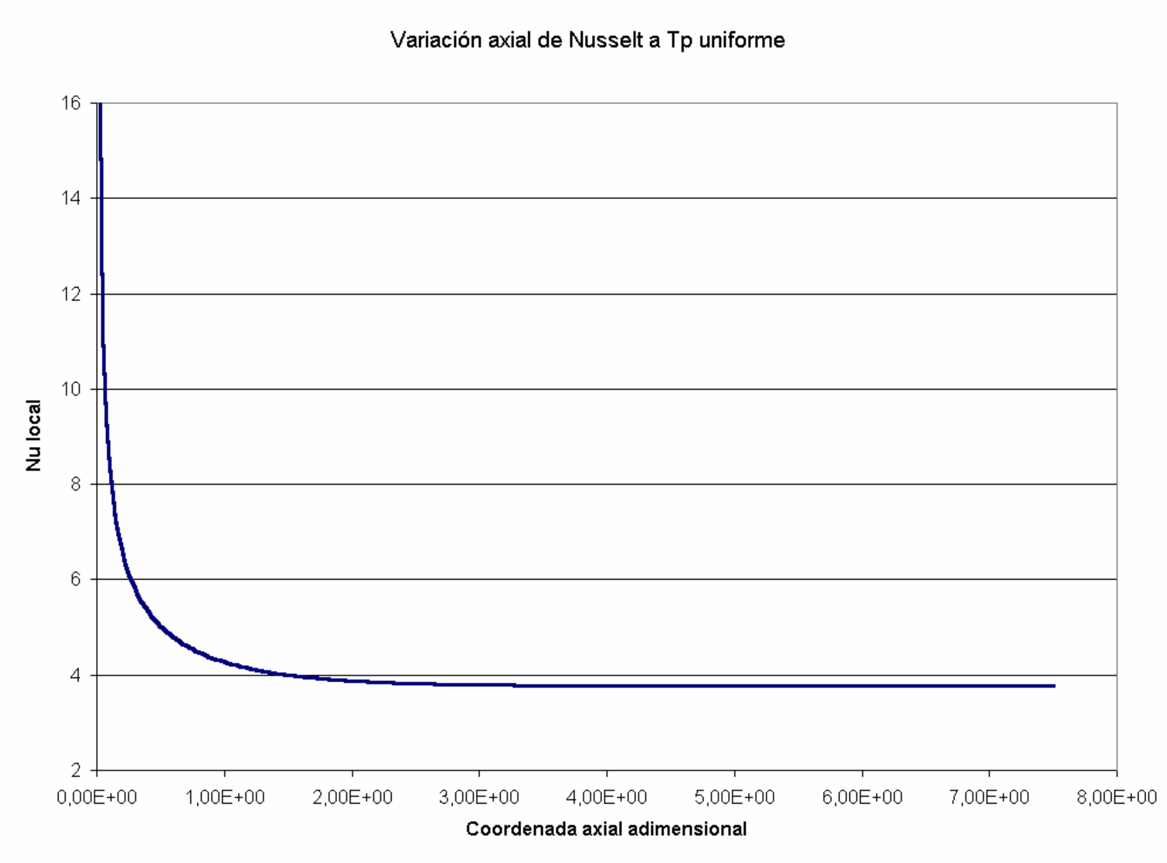
Entonces, el número de Nusselt en un tubo en régimen laminar establecido no depende de Re ni de Pr.

¿Desmiente esto nuestra conclusión anterior de que Nu= f (Re, Pr)?

No, porque en este caso no hay condiciones realmente convectivas (v=0).

A diferencia del caso de capa límite, ahora tenemos convección axial, pero solo conducción radial. La transferencia de calor está por lo tanto, controlada por la conducción radial.==> es un caso todavía conductivo.

El perfil de Nusselt en un caso similar (Tp cte) se muestra en la Figura:



En esta figura se aprecia que el número de Nusselt es alto en la entrada, debido al aporte de calor al fluido que ingresa frío.

Al ir aumentando la temperatura del fluido, el Nusselt se hace asintótico.

Flujo en tubos o canales

Mostramos que, para regiones alejadas de la entrada, en un tubo con flujo laminar, y flujo de calor uniforme en la pared, el No. de Nusselt basado en el diámetro es constante e igual a 4,364.

Similar resultado se obtiene con temperatura de pared uniforme, en cuyo caso Nu=3,66.

En ambos casos, a la entrada las condiciones son similares a las de capa límite, es decir, términos de inercia y convectivos significativos. En la región de entrada, el No. de Nusselt dependerá, por lo tanto, de los Nos. de Reynolds y Prandtl.

En una capa límite, el coeficiente convectivo local decrecía desde el borde de ataque. Esto ocurre también a la entrada de un tubo.

Adimensionalizando este h decreciente con una longitud fija (el diámetro D), el

No. de Nusselt resultante ($Nu_D = hD/k$) en un gráfico de Nu_D vs. z, presenta una zona decreciente y luego una zona de valor constante.

Se han obtenido expresiones empíricas para la longitud de entrada, que son del tipo

$$z/R = 0{,}1RePr$$

Por lo tanto, a mayor Número de Prandtl más se retarda la aparición de la zona de No. de Nusselt uniforme.

Esto se debe a que a mayor Pr el espesor térmico es menor.

Pr tiene valores del orden de 0,05 para metales líquidos, 0,71 para aire, 13-1,75 para agua, y de centenas y miles para productos orgánicos livianos y pesados, respectivamente.

El aumento en la longitud de la zona de entrada se relaciona con la disminución del espesor de capa límite térmica, que ocurre al aumentar el Pr.

Para fines prácticos, interesa obtener un valor medio del No. de Nusselt a lo largo del tubo, el cual se definirá como:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{L}\int_0^L Nu \, dz$$

en que L es la longitud del tubo.

Como Nu local depende (al menos en la región de entrada) de Re y Pr, el promedio dependerá de estos parámetros, y además de L.

Adimensionalmente:

$$\overline{Nu} = f(Re,Pr,D/L)$$

Como resulta difícil obtener una solución analítica de las ecuaciones en la región de entrada, la dependencia anterior ha sido llevada a fórmula algebraica concreta mediante datos experimentales. La correlación más importante ha sido propuesta por Sieder y Tate (1936):

$$\overline{Nu} = 1{,}86\left(\frac{GD}{\mu}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu C}{k}\right)^{1/3}\left(\frac{D}{L}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu_m}{\mu_p}\right)^{0{,}14}$$

G es la "velocidad másica" = V ρ = W/Aflujo

En la formulación y uso de esta ecuación se debe especificar la temperatura a la cual se evalúan las propiedades físicas (que varían con T). Hay variación axial y radial de las propiedades.

La variación axial se tiene en cuenta evaluando las propiedades a Tm = (Te+Ts)/2. La variación radial, de menor magnitud, tendrá efecto sólo sobre propiedades muy sensibles a T, como la viscosidad. El último factor (corrección por viscosidad variable) contiene el cuociente entre la viscosidad evaluada a Tm y la viscosidad evaluada a Tp.

En ecuaciones como la anterior, los factores de mayor exponente son más influyentes.

La parte correspondiente a flujo laminar (Re < 2100) corresponde a la ecuación anterior. Sigue una región de transición (hasta Re=10.000) en que la dependencia de Nu con D/L va disminuyendo gradualmente. Para Re > 10.000, se tiene la parte turbulenta, en que Nu es independiente de D/L.

En esa zona, la correlación toma la forma:

$$\overline{Nu} = 0{,}027\left(\frac{GD}{\mu}\right)^{0{,}8}\left(\frac{\mu C}{k}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu_m}{\mu_p}\right)^{0{,}14}$$

En régimen turbulento, hay una intensa mezcla transversal (torbellinos) prácticamente desde la entrada, que implica que hay velocidades transversales v distintas de cero.

Por lo tanto, la zona de entrada es muy corta. No influye entonces la razón D/L. El exponente de Re se eleva a 0,8, pasando a ser Re el principal factor independiente.

En 1933, Dittus y Boelter habían formulado la siguiente correlación para flujo turbulento en tubos:

$$\overline{Nu} = 0{,}023\left(\frac{GD}{\mu}\right)^{0,8}\left(\frac{\mu C}{k}\right)^{n}$$

en que n = 1/3 para enfriamiento y 0,4 para calentamiento del fluido.

Esta ecuación, obtenida con fluidos de Pr hasta 100 aproximadamente, se usa cuando la viscosidad es baja y su variación es pequeña (pequeñas diferencias de temperatura pared-fluido).

Veremos algunos ejemplos del uso de estas correlaciones.

Calentamiento de un fluido de caudal W, temp. de entrada Te en régimen laminar en un tubo de largo L y diámetro D con temperatura interna de pared uniforme, Tp. Determinar la temperatura de salida.

En este caso necesitamos una diferencia media de temperatura entre pared y fluido. Usamos la diferencia media logarítmica:

El balance de energía y la ecuación de transferencia:

$$Q = WC(T_s - T_e) = hA\Delta T_{\ln} = hA\left[\frac{(T_p - T_e) - (T_p - T_s)}{\ln(T_p - T_e)/(T_p - T_s)}\right]$$

Reduciendo términos en la última expresión, se encuentra:

$$\ln(T_p - T_e)/(T_p - T_s) = hA/WC$$

De donde se obtiene:

$$T_s - T_e = (T_p - T_e)[1 - \exp(-hA/WC)]$$

Luego, si el área de transferencia es nula, Ts=Te. Si el área es ∞, Ts=Tp. Conocidas las condiciones de entrada, propiedades y área, el problema se reduce a determinar h, lo cual se logra mediante una correlación apropiada.

Similar razonamiento se puede hacer para el caso de flujo externo cruzado o perpendicular al eje de un tubo que conduce otro fluido. En este caso, se reemplaza h por el coeficiente global de transferencia de calor.

Otros casos de convección forzada.

Para diseñar dispositivos de transferencia de calor por convección es necesario disponer de una base de información sobre coeficientes convectivos. Esta está generalmente contenida en correlaciones de origen experimental. Las correlaciones están basadas en las dependencias básicas entre grupos adimensionales. El uso de las correlaciones requiere conocer propiedades físicas de los fluidos y su variación con la temperatura.

En general, en un problema dado aparecerá más de un coeficiente convectivo a evaluar. Se debe determinar entonces un coeficiente global de transferencia de calor.

<u>Factores a identificar en cada problema</u>:
Geometría (dimensión significativa para Re y Nu)
Flujo interno o externo
Régimen de flujo (laminar o turbulento)
Condiciones de borde térmicas (Tp uniforme, qo uniforme o ninguna de las 2 variables uniforme).
Propiedades físicas (C, μ, k, y eventualmente ρ).
Diferencia de temperatura significativa (ΔT).

<u>Herramientas:</u>
Correlaciones adimensionales para h (o Nu)
Balances térmicos
Aproximaciones iterativas
Tablas de datos de propiedades.

Se hará una breve discusión de las situaciones más comunes en la práctica.

Convección forzada en el interior de tubos:

Generalmente se toman como base las ecuaciones de Sieder Tate (1936) para régimen laminar y turbulento. Estas están afectas a errores de ±20%.
Otra correlación, con errores de ±10% ha sido propuesta por Petukhov (1963).Se aplica sólo a flujo turbulento (Re>10^5).

$$\overline{Nu} = \frac{(f/8)RePr}{1,07 + 12,7(f/8)^{0,5}(Pr^{0,66} - 1)}\left(\frac{\mu_m}{\mu_p}\right)^{0,14}$$

en que

$$f = (1{,}82 \log_{10} Re - 1{,}64\ )^{-2}$$

Todas las ecuaciones anteriores se aplican a tubos lisos. La influencia de la rugosidad sobre la transferencia de calor en tubos rugosos no está suficientemente documentada. Sin embargo, reconociendo que la rugosidad incrementará la transferencia de calor, el cálculo de Nu suponiendo que se da la condición de tubo liso es una medida conservativa.

Canales de sección no circular:
Las ecuaciones para flujo interno se aplican a estos casos. Para definir Re y Nu se usa un diámetro equivalente, De.

El Diámetro equivalente se define como:

De = 4A/P, en que A es el área de flujo (sección transversal del ducto) y P es el *perímetro de transferencia de calor*.

Para un tubo, el De = D. Para un canal de sección cuadrada, De = lado del cuadrado. El concepto de De es muy útil para cálculos en intercambiadores compactos.

Para el espacio entre dos tubos concéntricos (intercambiador de doble tubo) tenemos 4 diámetros: Dee, Die (diámetros exterior e interior del tubo exterior), Dei y Dii (exterior e interior del tubo interior) Entonces, De= $(Die^2 - Dei^2)/4\ Dei$.

En este caso la pérdida de carga se calcula en base a un Re basado en el Diámetro hidráulico, en que P es el *perímetro mojado.*

Un ejemplo mostrará el cálculo de un intercambiador de tubos concéntricos, con flujo turbulento.

Flujo en el exterior de tubos:

Los casos más importantes corresponden a flujo perpendicular al eje de un tubo (flujo cruzado).

Te, Ts: temperaturas de entrada y salida del fluido interior. Te: temperatura del flujo externo.

La temperatura del flujo externo es la misma a ambos extremos del tubo que conduce al fluido interior. Este tiene un caudal W.

Por lo tanto, el balance de energía y la ecuación de transferencia son:

$$Q = WC(T_s - T_e) = UA\Delta T_{\ln} = UA[\frac{(T - T_e) - (T - T_s)}{\ln(T - T_e)/(T - T_s)}]$$

de donde se deduce que:

$$T_s - T_e = (T - T_e)[1 - \exp(-UA/WC)]$$

Luego, Ts se aproxima a T a medida que aumenta el área.

El coeficiente global de transferencia basado en el área externa es:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_e} + \frac{r_e \ln(r_e / r_i)}{k} + \frac{r_e}{r_i h_i}$$

Correlaciones para he:

Dada la naturaleza complicada del proceso de flujo alrededor del un cilindro en flujo cruzado, no hay soluciones analíticas de este caso. Los resultados experimentales de transferencia de calor se han expresado mediante correlaciones empíricas en función de Re y Pr. Las más simples son de la forma:

$$\frac{hD}{k} = C(\frac{U_o D}{\nu})^n Pr^{1/3}$$

(Knudsen y Katz, 1958). C y n se tabulan de la siguiente manera:

Re	C	n
0,4-4	0,989	0,330
4-40	0,911	0,385
40-4000	0,683	0,466
4000-40000	0,193	0,618

40000-400000	0,0266	0,805

El conjunto de datos experimentales para Re entre 10^2 y 10^7 ha sido correlacionado por Churchill y Bernstein (1977) en una sola ecuación, de la forma:

$$Nu = 0,3 + \frac{0,62\, Re^{0,5}\, Pr^{1/3}}{[1+(\frac{0,4}{Pr})^{2/3}]^{3/4}} [1+(\frac{Re}{282000})^{5/8}]^{4/5}$$

Las propiedades se evalúan a la temperatura media entre la pared y el flujo libre.