TRANSFERENCIA DE CALOR

La Transferencia de Calor es

- una Ciencia de la Ingeniería,
- una disciplina práctica

Su objetivo: Cuantificar los flujos de transporte de calor en procesos naturales y de Ingeniería.

Termodinámica:

Se basa en ciertas leyes generales de la Física (principios)

Predice la cantidad de energía que se requiere para llevar un sistema desde un estado a otro. Se ocupa de diversas formas de energía.

No informa sobre la velocidad de este proceso ni sobre el tiempo necesario para completarlo.

La transferencia de calor se ocupa exclusivamente del calor

Complementa a los principios de la TD, mediante leyes adicionales que permiten calcular la “velocidad” con que el calor se transfiere.

Los fenómenos de los cuales se ocupa la Transferencia de calor son irreversibles.

INGENIERÍA TÉRMICA,

- Mecánica de Fluidos
- Termodinámica
- Transferencia de Calor

En la industria su importancia está en el Diseño de equipos, procesos y productos.

Este curso junto con los anteriores (MF, TD) habilita para el estudio y diseño de máquinas térmicas.

Desde el punto de vista básico, la transferencia de calor se forma parte de los fenómenos de transferencia, o de transporte, que incluye además

- el flujo de fluidos,
- la circulación de corrientes eléctricas, y
- la difusión de un soluto en un solvente (llamada transferencia de masa).

En todos los fenómenos de transferencia identificamos:

- Una diferencia de potencial, o fuerza conductora que causa la transferencia
- Un flujo de la entidad que se transfiere, entre puntos a potenciales diferentes.
- Una resistencia que el medio opone a la transferencia en la región en que existe la diferencia de potencial.

El potencial para la transferencia de calor es una diferencia de temperatura ($\Delta T = T1 - T2$), en la región en que se realiza la transferencia.

El calor se transfiere de alta a baja temperatura.

El medio a través del cual el calor se transfiere opone una resistencia a la transferencia (R).

Por ejemplo: si la pared de una casa tiene 22º C por el exterior y a 18ºC por el interior, habrá flujo de calor desde el exterior al interior.

La magnitud de este flujo depende de

- la diferencia de temperatura (4ºC o 4K),
- de “conductividad térmica” del material, y

- del espesor de la pared.

Se tiene entonces la siguiente relación genérica para el flujo de calor Q a través de un medio material:

$$Q = \frac{\Delta T}{R}$$

En que

el flujo de calor Q se expresa en Watts,
la diferencia de temperatura en K (o en ºC)
y la resistencia en K / Watt.

El flujo de calor es, entonces la cantidad de calor transferida por unidad de tiempo entre puntos a temperaturas T1 y T2.

La resistencia tendrá una forma que depende del modo de transferencia de calor y de la geometría de la situación.

Modos de transferencia de calor:

1.- Conducción: Transferencia de calor en un sólido o un fluido en reposo mediante movimientos (rotaciones y vibraciones) a escala molecular. Este movimiento es más intenso a mayor temperatura, por lo cual la energía se transfiere de alta a baja temperatura.

2.- Convección: Transferencia de calor dentro de un fluido que fluye con movimientos a escala macroscópica. Se mezclan porciones de fluido a diferente temperatura.

3.- Radiación: Emisión de radiación electromagnética por cuerpos a temperaturas distintas al cero absoluto. Las radiaciones en el rango de longitudes de onda entre 0,1 y 100 micrometros tienen efecto térmico cuando se emiten o absorben.

CONDUCCION LEY DE FOURIER

Las leyes generales de la física (principios de la Termodinámica y leyes de movimiento del fluido) no son suficientes para el estudio de la transferencia de calor.

Se necesitan leyes particulares específicas para la conducción y la radiación.

(La convección no requiere leyes extras ya que es un fenómeno que resulta de la combinación entre la conducción de calor y el flujo de un fluido).

Se transfiere calor de alta a baja temperatura. Fourier (en 1822)

encontró que

"el flujo de calor en el interior de un sólido o de un fluido en reposo es proporcional al gradiente local de temperatura y a la conductividad térmica del material".

Esta ley se derivó de observaciones empíricas.

Supone que el material se comporta como un medio continuo. La expresión matemática de la ley es como sigue:

En un medio en que existe un campo de temperatura T(X,Y,Z,t), la ley de Fourier expresa los flujos de calor instantáneos en las tres direcciones por:

$$q_x = -k_x \frac{\partial T}{\partial X}$$
$$q_y = -k_y \frac{\partial T}{\partial Y}$$
$$q_z = -k_z \frac{\partial T}{\partial Z}$$

q es el flujo de calor por unidad de tiempo y por unidad del área normal a la dirección de propagación.

k es la conductividad térmica del material.

Convención de signo:
Los flujos de calor son positivos en el sentido positivo de la coordenada.
Para esto, la temperatura debe decrecer en el sentido positivo de la coordenada, es decir, $\partial T/\partial x < 0$.
Por lo tanto, el signo menos sirve para hacer positivo un flujo que depende de una derivada intrínsecamente negativa.

Unidades de q:
- W/m^2 o
- kcal/hr m^2, o
- BTU/hr pie^2

T: ºC o K o ºF.

Coordenadas en metros o pies

Unidades de conductividad térmica:
- W/m ºC o W/m K en sistema SI;
- Kcal. /hr m ºC en MKS y
- BTU/hr pie ºF en sistema inglés.

Las conductividades térmicas pueden variar con la dirección en sólidos con fibras (ej. madera, materiales compuestos).

En la mayoría de los metales y aleaciones, así como en los fluidos, las conductividades son independientes de la dirección (material isótropo).

Finalmente, las conductividades pueden ser dependientes de la temperatura. La forma más usual de dependencia de k con T es la lineal creciente.

Valores seleccionados de conductividad térmica W/m K, a 0ºC.

Plata	410	Cuarzo	41.6	Refrig.R-12	0.073
Cobre	385	Mármol	1.83	Helio	0.141
Aluminio	202	Vidrio	0.78	Aire	0.024
Fierro	73	Agua	0.556	CO_2	0.015

Aislantes: $k < 0.1$ W/m K

Ecuación de conservación de Energía o Ecuación del Calor.

Expresa el primer principio de la TD para un sólido o un fluido en reposo. En un medio tridimensional con un campo de temperatura $T = T(x,y,z,t)$, el balance instantáneo de energía en un volumen de control fijo en el espacio se escribe:

Energía entra + Energía generada = Energía sale + Energía acumulada

- Las energías entran y salen del volumen de control por conducción.
- Se genera energía dentro de este volumen mediante fuentes que pueden ser eléctricas, químicas o nucleares.
- La energía puede acumularse en el V.C. debido a la capacidad térmica del cuerpo

Si se tiene una fuente térmica, Sea S la tasa de generación de energía por unidad de volumen y de tiempo en el volumen de control. El balance anterior expresado en forma diferencial se escribe como:

.

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial (q_x)}{\partial x} - \frac{\partial (q_y)}{\partial y} - \frac{\partial (q_z)}{\partial z} + S$$

Reemplazando en los flujos de calor por conducción la ley de Fourier tenemos:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(k_x \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(k_y \frac{\partial T}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(k_z \frac{\partial T}{\partial z}) + S$$

Si la conductividad es constante e isótropa, esta ecuación se puede poner en la forma más común:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = k(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}) + S$$

Los términos, de izquierda a derecha, representan

- el término transiente o de acumulación de energía en el volumen de control,
- los términos conductivos
- y el término fuente.

Formulación general de problemas de conducción:

OBJETIVO: Determinar los flujos de calor en un material sólido sometido con condiciones externas y con un estado inicial.

En general T= T(x,y,z,t).

Se determina primero el campo de temperatura resolviendo la ecuación del calor.

Luego se determina los flujos de calor mediante la ley de Fourier.

La ecuación para sólido isótropo y de conductividad constante

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T + S$$

Condición inicial para la temperatura:

$$T(x,y,z,0) = f(x,y,z)$$

Condiciones de borde para la temperatura: Se necesitan dos por cada dirección (ya que la ecuación es de 2º orden en T). Son de varios tipos:

1. Temperatura impuesta (T_1) en un borde en x = 0:

$$T(0,y,z,t) = T_1$$

2. Flujo de calor impuesto en un borde en x = 0:

$$q_o = -k \frac{\partial T(0,y,z,t)}{\partial x}$$

De esta condición se deduce que si el flujo impuesto a una pared es cero, $\partial T / \partial x = 0$, que es la condición de pared perfectamente aislada.

3. Para una superficie sólida en contacto con un fluido en movimiento, habrá transferencia de calor por convección. El fluido estará bien mezclado y tendrá una temperatura uniforme, T1.

El calor por unidad de área que recibe o entrega una superficie sólida en contacto con un fluido a distinta temperatura es proporcional a la diferencia entre

- la temperatura de la pared
- y la temperatura media del fluido.

Esta es la llamada "Ley de enfriamiento de Newton", que se expresa:

$$q = h\Delta T$$

h es el "coeficiente convectivo"

El coeficiente convectivo se expresa en W / m^2 K y no es una propiedad física, sino que debe determinarse independientemente para cada situación, a partir de información adicional.

h depende de la geometría, del régimen del flujo del fluido y de las propiedades termofísicas de éste. Se verá su determinación en la parte de convección de este curso.

La condición de borde de convección entre la superficie en x=0 a un fluido a temperatura T_1.

$$h(T_1 - T(0,y,z,t)) = -k \frac{\partial T(0,y,z,t)}{\partial x}$$

En esta condición se igualan el calor transferido a la superficie por el fluido (convección a la izquierda de la superficie) con el calor recibido por la superficie, y que es transferido al resto del sólido por conducción.

PROCESOS TRANSIENTES

A partir de un cambio de condiciones de borde, la temperatura en cada punto evoluciona en el tiempo. T(x,y,z,t)

PROCESOS PERMANENTES

Después de un tiempo suficiente desde el cambio de condiciones de borde, se alcanza un "régimen permanente", en que la temperatura ya no varía en el tiempo.
Esta condición se expresa:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

CASOS DE CONDUCCION UNIDIRECCIONAL PERMANENTE

El problema más simple de conducción se describe así:
Se tiene una placa o pared de espesor **L**,

- ✓ con dos caras a diferentes temperaturas (**$T_1 > T_2$**),
- ✓ se ha alcanzado un régimen permanente
- ✓ no hay generación de calor (**S=0**).
- ✓ no hay gradientes de temperatura definidos según las direcciones **y** y **z**: $\partial T / \partial y = 0, \quad \partial T / \partial z = 0,$
- ✓ el régimen es permanente $\partial T / \partial t = 0,$

La ecuación del calor se reduce a:

$$\frac{d^2 T}{d x^2} = 0$$

Condiciones de borde:

$T=T_1$ en **$X=0$**,
$T=T_2$ en **$x = L$**

La solución es:

$$T(x) = (T_2 - T_1)\frac{x}{L} + T_1$$

Aplicando la ley de Fourier a esta distribución de Temperatura, se obtiene el flujo de calor a través de la pared, que es:

$$q = -k\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{k(T_1 - T_2)}{L} = -\frac{k\Delta T}{L}$$

en que $\Delta T = T_2 - T_1$. El flujo de calor es, entonces, independiente de la coordenada x.

Si la placa tiene un área A, normal al flujo de calor, el calor total que la atraviesa es:

$$Q = \frac{kA(T_1 - T_2)}{L}$$

Los dispositivos para la determinación experimental de conductividades térmicas se basan en reproducir esta situación.

Si se escribe la ecuación anterior en la forma:

$$Q = \frac{(T_1 - T_2)}{L/kA}$$

Se observa en el denominador un grupo de variables denominado "resistencia térmica" de la placa. Esta ecuación sugiere una analogía entre el flujo de calor y la intensidad de corriente en un circuito.

Transferencia de calor a través de placas compuestas:

Consideremos dos placas paralelas en contacto, con sus correspondientes espesores y conductividades. La temperatura en la superficie de contacto es T, y las temperaturas en las caras libres de las placas izquierda y derecha son T_1 y T_2 respectivamente

$$q_1 = \frac{k_1(T_1 - T)}{L_1} \qquad q_2 = \frac{k_2(T - T_2)}{L_2}$$

En la superficie de contacto, $q_1=q_2$, luego el flujo de calor es común a ambas placas.

$$(T_1 - T) = \frac{L_1}{k_1}q \qquad (T - T_2) = \frac{L_2}{k_2}q$$

Sumando las dos ecuaciones y despejando q, vemos que las placas tienen resistencias térmicas que están conectadas en serie.

Sin fuentes o sumideros de calor en la superficie de contacto, el mismo flujo de calor atraviesa las dos placas. Este es:

$$q = \frac{(T_1 - T_2)}{L_1/k_1 + L_2/k_2}$$

En términos del flujo Q, es:

$$Q = \frac{(T_1 - T_2)}{L_1/k_1 A + L_2/k_2 A}$$

Para obtener este resultado, se usó la solución de una placa para las dos placas por separado.

Extensión a un arreglo de n placas paralelas:

$$q = \frac{(T_1 - T_2)}{\sum_{i=1}^{i=n} L_i / k_i}$$

Placa con convección en ambas caras:

Fluido 1: T1
Fluido 2: T2 (temperaturas de mezcla)
Las caras izquierda y derecha estarán a T1' y T2'

Por lo tanto:

$$q = \frac{k(T_{1'} - T_{2'})}{L}$$

El calor se expresa también según la condición de borde de convección:

$$q = h_1(T_1 - T_{1'}) = h_2(T_{2'} - T_2)$$

Despejando las tres diferencias de temperatura, y sumándolas, se obtiene:

$$q = \frac{(T_1 - T_2)}{1/h_1 + L/k + 1/h_2}$$

Con esta ecuación se calculan pérdidas o ganancias de calor de un recinto a través de sus paredes, conociendo las temperaturas interior y exterior.

Se extiende fácilmente esta ecuación para placas compuestas con convección en sus dos caras.

Otras geometrías:

La ecuación del calor en otros sistemas coordenados se escribe, para conductividad constante e isótropa, en las siguientes formas. Solo hay que expresar en forma apropiada el Laplaciano:

En coordenadas cilíndricas:

$$\rho C\frac{\partial T}{\partial t} = k(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}) + S$$

Los componentes de flujo de calor (ley de Fourier) son:

$$q_r = -k\frac{\partial T}{\partial r} \qquad q_\phi = -k\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi} \qquad q_z = -k\frac{\partial T}{\partial z}$$

En coordenadas esféricas:

$$\rho C\frac{\partial T}{\partial t} = k(\frac{1}{r}\frac{\partial^2 rT}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial T}{\partial\theta}) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 T}{\partial\phi^2}) + S$$

$$q_r = -k\frac{\partial T}{\partial r} \qquad q_\theta = -\frac{k}{r}\frac{\partial T}{\partial\theta} \qquad q_\phi = -\frac{k}{r\,\sin\theta}\frac{\partial T}{\partial\phi}$$

Para obtener estas formas solo basta encontrar la expresión del Laplaciano en los distintos sistemas coordenados.

Geometría cilíndrica:

Es importante en el caso de tubos que conducen un fluido. Esta situación se da en los intercambiadores de calor industriales.

Considere un casquete cilíndrico (tubo) de radio interno r_1 y radio externo r_2.

Sea $T=T_1$ en r_1 y $T=T_2$ en r_2.

Si solo se define un gradiente radial de temperatura, en régimen permanente y sin generación interna de calor, la ecuación del calor se reduce a:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

Cuya solución es $T= M \ln r + N$

El flujo radial de calor es

$$Q_r = -2\pi krL \frac{dT}{dr}$$

Obteniendo la distribución de temperatura se demuestra que:

$$Q_r = \frac{2\pi Lk(T_1 - T_2)}{\ln(r_2 / r_1)}$$

El concepto de resistencia térmica se usa para paredes cilíndricas concéntricas de largo común y diferente conductividad térmica: Para una pared con 3 capas:

$$Q_r = \frac{2\pi L(T_1 - T_2)}{\ln(r_2/r_1)/k_1 + \ln(r_3/r_2)/k_2 + \ln(r_3/r_4)/k_3}$$

Igual que para paredes planas, se trata el caso de convección con un fluido interior a temperatura T_1 y un fluido exterior a T_2. Habrá tres resistencias (2 convectivas y una conductiva). El calor transferido radialmente a través de una y dos capas de material, respectivamente, es:

$$Q_r = \frac{2\pi L(T_1 - T_2)}{\dfrac{1}{h_1 r_1} + \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{k} + \dfrac{1}{h_2 r_2}}$$

Esta ecuación representa el calor transferido de un fluido a otro a través de una pared cilíndrica (tubo). Si se desea aislar el tubo, se coloca una capa de material de conductividad k_2, hasta un radio r_3. Para que la aislación sea efectiva, la resistencia agregada debe ser mucho mayor que las restantes.

$$Q_r = \frac{2\pi L(T_1 - T_2)}{\dfrac{1}{h_1 r_1} + \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{k_1} + \dfrac{\ln(r_3/r_2)}{k_2} + \dfrac{1}{h_2 r_3}}$$

SISTEMAS CON GENERACIÓN INTERNA DE CALOR

La generación interna de calor distribuida en el volumen se traduce en la inclusión de un término fuente en la ecuación del calor.

Ejemplo:
Conductor eléctrico cilíndrico (nichrome), de radio R, longitud L. Se genera en el interior el calor S en W/m^3. La tasa de generación por unidad de volumen es uniforme.

Sea la temperatura ambiente, To y el coeficiente convectivo exterior: h. La temperatura superficial del alambre, Tp, está por determinar.

La ecuación del calor para conducción radial, permanente, con generación de calor es:

$$\frac{k}{r}\frac{d}{dr}(r\frac{dT}{dr}) + S = 0$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{Sr}{2k} + \frac{C_1}{r}$$

En el eje del alambre (r=0) el flujo de calor debe ser nulo, lo que implica dT/dr =0 en esa posición, por lo tanto C_1=0.

El calor disipado por la superficie es:

$$Q = -k\ 2\pi R\ L(\frac{dT(R)}{dr}) = -k\ 2\pi R\ L(-SR/2k) = S\pi\ R^2\ L$$

Esto es igual al calor total generado en el alambre (tasa de generación multiplicada por el volumen).

A este resultado hemos llegado sin aplicar la condición de borde.

Es decir, el alambre estará obligado a disipar toda la energía generada en su interior, para lo cual adoptará la temperatura superficial necesaria.

Integrando una vez:

$$T = -\frac{Sr^2}{4k} + C_2$$

En la superficie

$$T_p = -\frac{SR^2}{4k} + C_2$$

Determinamos C_2 aplicando la condición de borde de convección:

$$Q = S\pi R^2 L = h(T_p - T_o) = h(-\frac{SR^2}{4k} + C_2 - T_o)2\pi RL$$

de donde

$$C_2 = \frac{SR}{2h} + \frac{SR^2}{4k} + T_o$$

con lo cual

$$T_p = T_o + \frac{SR}{2h}$$

Para disipar el calor generado, la superficie adopta una temperatura cuyo exceso sobre el ambiente:

-aumenta con el calor generado y
-disminuye con aumentos del coeficiente de convección

Este ejemplo muestra que en sistemas con generación interna de calor, el calor disipado está impuesto, y la temperatura es la variable dependiente, que resulta de la capacidad de disipación del sistema.