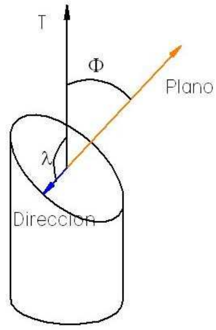
Pauta Auxiliar 3

Otoño 2008

Pregunta 1

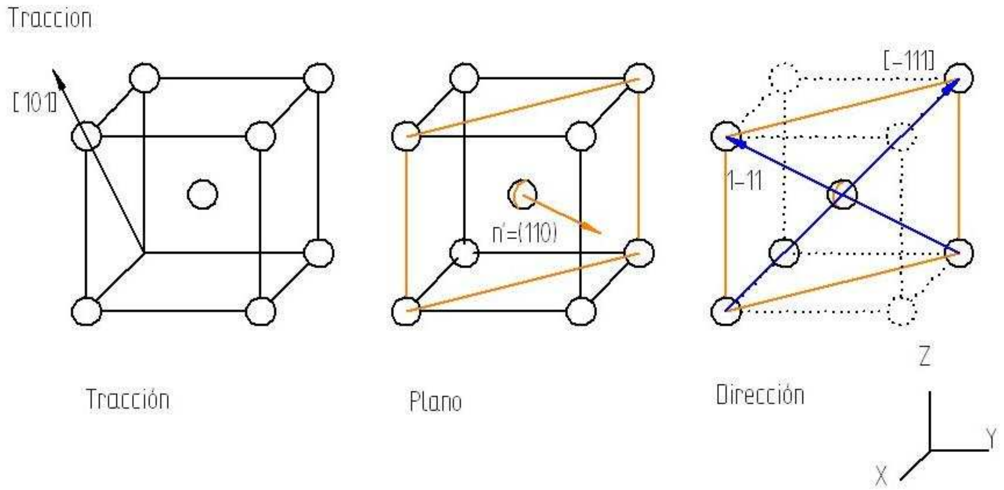


Un cristal de Molibdeno (BCC) está orientado de tal forma que la dirección $[101]$ es paralela a un esfuerzo aplicado de $125\ Mpa$. Calcule el esfuerzo cortante resultante que actúa sobre el plano de deslizamiento (110)en las direcciones de deslizamiento $\langle \bar{1}11 \rangle$,¿Cual de estos sistemas de deslizamiento se activa?

Mo: $\tau_{cr} = 49\ Mpa$.

Para Calcular el esfuerzo de corte resultante en plano y dirección especificada es necesario proyectar el vector de tracción en el plano y la dirección, esto de llama factor Schmid.

$$\tau_r = m^{-1} \cdot \sigma$$
$$m^{-1} = Cos(\lambda) \cdot Cos(\phi)$$



$$Cos(\alpha) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|a\| \cdot \|b\|}$$

$Cos(\phi)$ Entre eje de tracción y normal al plano de deslizamiento

$Cos(\lambda)$ Entre eje de tracción y dirección de deslizamiento

Tracción	Plano	Dirección	$Cos(\phi)$	$Cos(\lambda)$	m^{-1}	τ_r
$[101]$	(110)	$[\bar{1}11]$	$1/2$	0	0	0
$[101]$	(110)	$[1\bar{1}1]$	$1/2$	$2/\sqrt{6}$	$1/\sqrt{6}$	$125/\sqrt{6}$

$$125/\sqrt{6} \quad Mpa = 51.031 \quad Mpa \quad > \quad 49 \quad Mpa$$

Se Activa el sistema $(110)\,[1\bar{1}1]$.

Notación:

$\{000\}$ Familia de Planos

(000) Plano en Particular

$\langle 000 \rangle$ Familia de Direcciones

$[000]$ Dirección en Particular

Pregunta 3

Una pieza de latón tiene un tamaño de grano medio de $10\,\mu m$ y una tensión de fluencia de $150\,Mpa$. Si una pieza idéntica de latón se deja durante mucho tiempo a elevada temperatura el tamaño del grano aumenta y por lo tanto su tensión de fluencia disminuye. Se ha visto que si el tamaño de grano de dicho material es de $100\,\mu m$ la tensión de fluencia cae hasta $65\,Mpa$. ¿Qué tamaño de grano cabría esperar que tuviera una pieza que soporta $125\,Mpa$ antes de comenzar a fluir suponiendo que el latón presenta un **comportamiento de Hall-Petch**?

Hall Petch:

$$\sigma_y = \sigma_0 + \frac{k}{\sqrt{d}}$$

Por lo tanto tenemos

$$150\ Mpa = \sigma_0 + \frac{k}{\sqrt{10\ \mu m}} \qquad (1)$$

$$65\ Mpa = \sigma_0 + \frac{k}{\sqrt{100\ \mu m}} \qquad (2)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones (1) y (2) Tenemos:

$$k = 393{,}104\ Mpa\sqrt{\mu m}$$

$$\sigma_0 = 25{,}68\ Mpa$$

Luego si la una pieza de latón soporta $125\,Mpa$ antes de la fluencia, el tamaño de grano a esperar es:

$$125\ Mpa = \sigma_0 + \frac{k}{\sqrt{d}}$$

$$125\ Mpa = 25{,}68\ Mpa + \frac{393{,}104\ Mpa\sqrt{\mu m}}{\sqrt{d}}$$

$$\left(\frac{393{,}104}{125 - 25{,}68}\right)^2\ \mu m = d = 15{,}66\ \mu m$$

Pregunta 4

Una aleación policristalina de aluminio (FCC) tiene un tamaño de grano $D = 25\ \mu m$ y una dispersión de partículas duras de $d_p = 10\ nm$ de **diámetro** separadas como promedio $L = 60\ nm$ sobre los planos $\{111\}$. El módulo de corte del aluminio es $G = 26\ GPa$ y su parámetro de red es $a = 0.404\ nm$. El aluminio puro con tamaño de grano $15\ \mu m$ tiene una dureza Vickers de $30\ Mpa$. Dar una estimación del límite elástico.

Identificamos sistemas de endurecimiento

- Tamaño de Grano (Endurecimiento de Hall Petch).
- Partículas indeformables (Endurecimiento De Orowan).

$$\sigma_y = \sigma_0 + \sigma_{H-P} + \sigma_{Orowan}$$

Identificamos que es endurecimiento de Orowan, ya que el enunciado menciona que son partículas duras, además, ya que el diámetro de las partículas es pequeño, podemos deducir, que son indeformables.

En los planos compactos el esfuerzo de corte que se opone al movimiento de dislocaciones τ_0 (por lo tanto σ_0) es pequeño, lo asumimos 0.

$$\sigma_0 = 0$$

Hall Petch:

$$\sigma_y = \sigma_0 + \frac{k}{\sqrt{D}}$$

Sabemos que

$D = 15\ \mu m$ $\qquad HV = 30\ Mpa$

$HV = 3 \cdot \sigma_y$ $\qquad \sigma_y = 10\ Mpa$

(Asumimos $\sigma_0 = 0$ en el paso anterior)

Luego

$$10\ Mpa = \frac{k}{\sqrt{15\ \mu m}}$$

$$k = 38{,}73\ Mpa\sqrt{\mu m}$$

Nuestra aleación tiene $D = 25\ \mu m$ por lo tanto

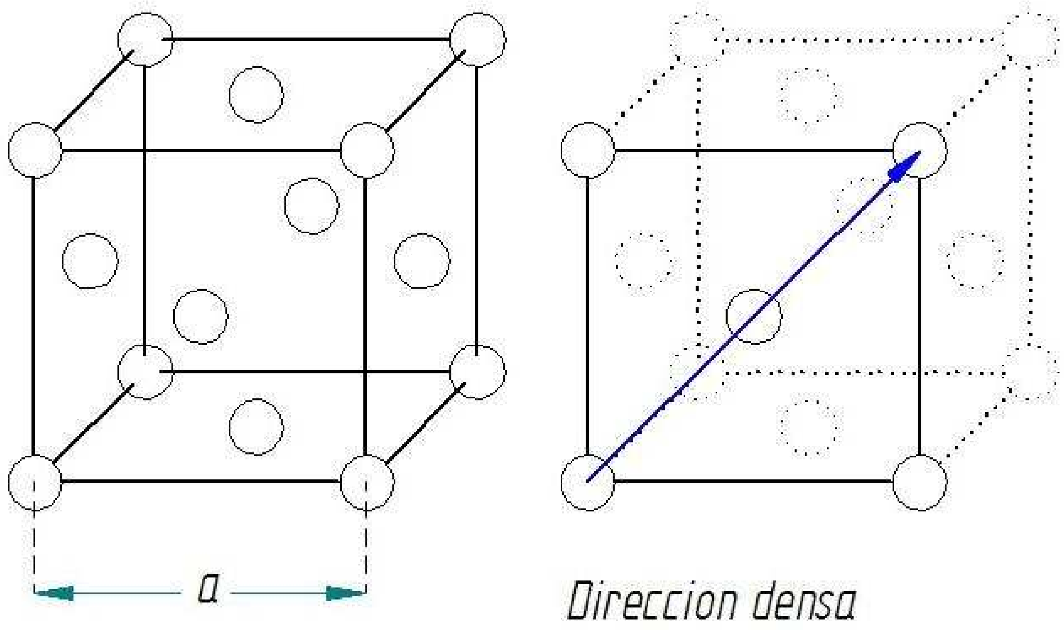
$$\sigma_{H-P} = \frac{k}{\sqrt{D}} = \frac{38{,}73\ Mpa\sqrt{\mu m}}{\sqrt{25\ \mu m}} = 7{,}745\ Mpa$$

Orowan:

$$\sigma_{Orowan} = m \cdot \frac{0.4}{\pi} \cdot \frac{G \cdot b}{\sqrt{1-\nu}} \cdot \frac{Ln\left(\frac{2r_p}{b}\right)}{L}$$

$$Tenemos:$$
$$m = 3 \qquad (FCC)$$
$$G = 26\ Gpa$$
$$b = ?$$
$$\nu = 0.3 \qquad (Generalmente\ Metales)$$
$$d_p = 2r_p = 10\ nm$$
$$L = 60\ nm$$

Tenemos que calcular el vector de burgers b , sabemos que el metal es FCC y que el parámetro de red es $a = 0.404\ nm$. Por otro lado sabemos que el vector de burgers siempre corresponde a un distancia interatómica, en la direccion de deslizamiento (la más densa del cristal)



En la imagen se ve quen en la diagonal (direccion densa en FCC existen 2 distancias interatómicas

$$a\sqrt{2} = 2b$$

$$b = \frac{\sqrt{2}}{2} a = \frac{\sqrt{2}}{2} 0.404\ nm = 0,2856\ nm$$

Luego tenemos todos los datos para calcular el endurecimiento por Orowan

$$\sigma_{Orowan} = m \cdot \frac{0.4}{\pi} \cdot \frac{G \cdot b}{\sqrt{1-\nu}} \cdot \frac{Ln\left({}^{2r_p}\!/_{b} \right)}{L}$$

$$m = 3 \qquad (FCC)$$
$$G = 26\ Gpa$$
$$b = 0,2856\ nm$$
$$\nu = 0.3 \qquad (Generalmente\ Metales)$$
$$d_p = 2r_p = 10\ nm$$
$$L = 60\ nm$$

$$\sigma_{Orowan} = 3 \cdot \frac{0,4}{\pi} \cdot \frac{26 \cdot 10^{9} \cdot 0,2856 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{0.7}} \cdot \frac{Ln\left({}^{10}\!/_{0,2856} \right)}{60 \cdot 10^{-9}} = 200,9\ Mpa$$

Luego el límite de fluencia de la aleación es

$$\sigma_y = 0 + 7,745 + 200,9 \quad Mpa = 208,645\ Mpa$$