

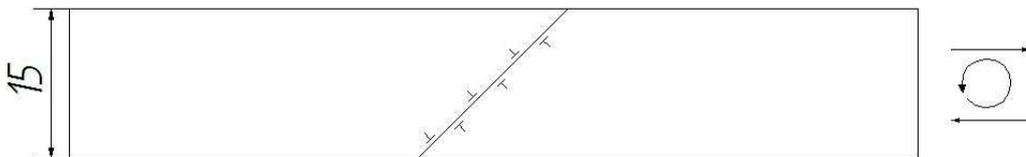
Pauta Auxiliar 4

Otoño 2008

Pregunta 1

En la figura se muestra una probeta cilíndrica (de 15 mm) de un monocristal FCC con el eje orientado según la dirección $[001]$, la dirección que se muestra corresponde a un sistema de deslizamiento $\{111\} <1\bar{1}0>$, con el fin de estudiar el comportamiento frente a distintas cargas, se pide calcular si el material se deforma o no. Si se deforma, describa la situación antes y después de la fluencia para cada tipo de carga. (Dibuje la dirección de movimiento de las dislocaciones orientadas positiva y negativamente). Suponga esfuerzo crítico resuelto 10 Mpa.

- Tracción 500 kgf.
- Compresión 500 kgf.
- Flexión 50 Nm.



Primero Calculemos para cada sistema de deslizamiento, cual es su τ_r ,

$$\tau_r = m^{-1} \cdot \sigma$$

$$m^{-1} = \text{Cos}(\lambda) \cdot \text{Cos}(\phi)$$

$$\text{Cos}(\alpha) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|}$$

$\text{Cos}(\phi)$ Entre eje de tracción y normal al plano de deslizamiento

$\text{Cos}(\lambda)$ Entre eje de tracción y dirección de deslizamiento

Eje de Tracción	Plano	Dirección	$\text{Cos}(\phi)$	$\text{Cos}(\lambda)$	m^{-1}	τ_r
[001]	(111)	$[\bar{1}\bar{1}0]$	$1/\sqrt{3}$	0	0	0
		$[\bar{1}0\bar{1}]$		$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{6}$	$\sigma/\sqrt{6}$
		$[0\bar{1}\bar{1}]$		$-1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{6}$	$-\sigma/\sqrt{6}$
	$(\bar{1}\bar{1}1)$	$[\bar{1}\bar{1}0]$	$1/\sqrt{3}$	0	0	0
		$[10\bar{1}]$		$-1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{6}$	$-\sigma/\sqrt{6}$
		$[01\bar{1}]$		$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{6}$	$\sigma/\sqrt{6}$
	$(\bar{1}11)$	$[\bar{1}\bar{1}0]$	$1/\sqrt{3}$	0	0	0
		$[10\bar{1}]$		$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{6}$	$\sigma/\sqrt{6}$
		$[0\bar{1}\bar{1}]$		$-1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{6}$	$-\sigma/\sqrt{6}$
	$(1\bar{1}1)$	$[110]$	$1/\sqrt{3}$	0	0	0
		$[\bar{1}0\bar{1}]$		$-1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{6}$	$\sigma/\sqrt{6}$
		$[0\bar{1}\bar{1}]$		$1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{6}$	$-\sigma/\sqrt{6}$

Para el análisis de esfuerzos solo basta elegir un sistema de deslizamiento que se adecue al de la imagen, se entiende que en este caso al analizar un caso es analogo a analizar todos los casos con igual τ_r .

Analicemos el sistema (111) $[\bar{1}0\bar{1}]$

Tracción y Compresión

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (\text{tracción y compresión})$$

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot (0,015 \text{ m})^2}{4} = 1,76,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{500 \text{ kgf} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1,76,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 27,2 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{\text{traccion}} = 27,2 \text{ Mpa}$$

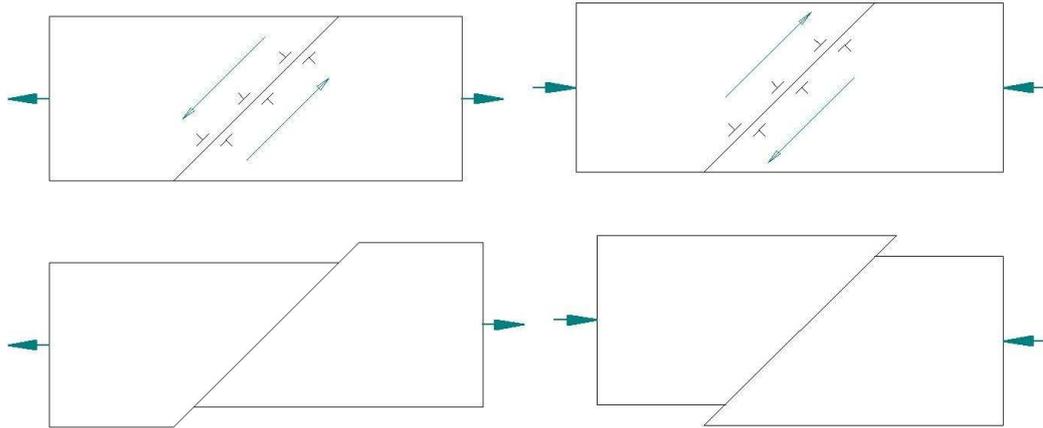
$$\sigma_{\text{compresion}} = -27,2 \text{ Mpa}$$

$$\text{Tracción: } \tau_r = \frac{27,2 \text{ Mpa}}{\sqrt{6}} = 11,32 \text{ Mpa}$$

Se activa el sistema

$$\text{Compresión: } \tau_r = \frac{-27,2 \text{ Mpa}}{\sqrt{6}} = -11,32 \text{ Mpa}$$

Se activa el sistema (Movimiento de la dislocación con dirección opuesta)



Tracción

Compresión

Flexión:

$$\sigma = -\frac{My}{I}$$

M : Momento

y : Distancia desde eje neutro

I : Momento de Inercia

$$I = \frac{\pi \cdot D^4}{64} = \frac{\pi \cdot (0.015)^4}{64} = 2,485 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4$$

$$\sigma = -\frac{50 \text{ Nm} \cdot y}{2,485 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4} = -20120,7 \cdot y \frac{\text{Mpa}}{\text{m}}$$

Veamos si fluye, el caso critico es en los bordes
 $y = \pm r$

$$\sigma_1 = -20120,7 \frac{\text{Mpa}}{\text{m}} \cdot 0.0075 \text{ m} = -150.902 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_2 = -20120,7 \frac{\text{Mpa}}{\text{m}} \cdot -0.0075 \text{ m} = 150.902 \text{ Mpa}$$

$$\tau_{r1} = \frac{-150.9 \text{ Mpa}}{\sqrt{6}} = -61.6 \text{ Mpa}$$

$$\tau_{r2} = \frac{150.9 \text{ Mpa}}{\sqrt{6}} = 61.6 \text{ Mpa}$$

El material fluye en sus extremos

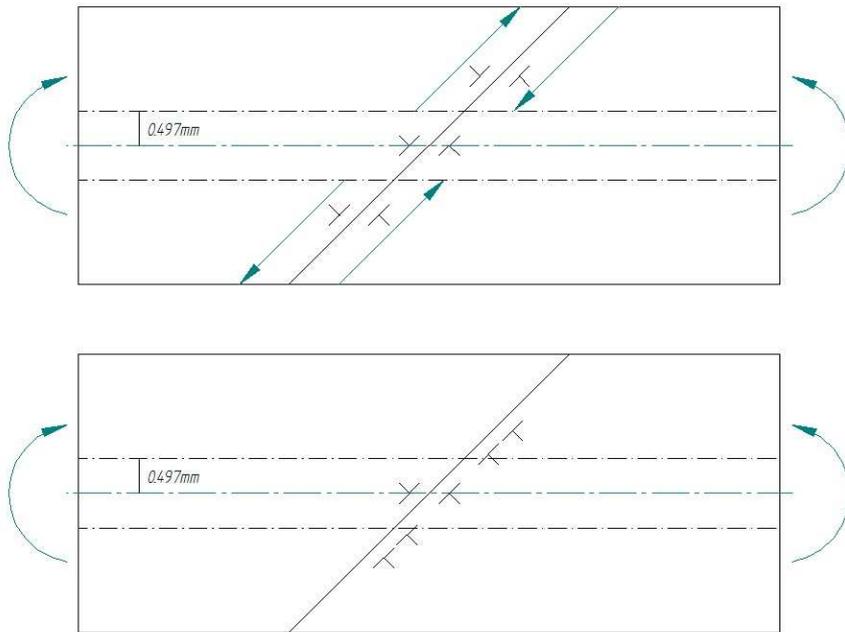
Pero no fluye en toda se sección, busquemos la distancia desde el eje neutro donde empieza fluir.

$$\tau_{cr} \leq \frac{\sigma(y)}{\sqrt{6}}$$

$$\pm 10 \text{ Mpa} \leq -20120,7 \cdot y \frac{\text{Mpa}}{\text{m}}$$

$$\pm 0.000497 \text{ m} = \pm 0.497 \text{ mm} \leq y$$

$$y \geq \pm 0.497 \text{ mm} \quad -> \quad \text{Condición de fluencia}$$

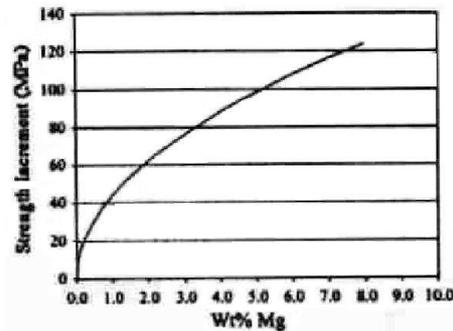


Sobreviven principalmente las dislocaciones de un solo signo.

Pregunta 2

Una aleación $Al - 4wt\%Mg - 0.2at\%Sc$ es envejecida a $300^\circ C$. Suponga que después del proceso de envejecimiento el tamaño de grano de la aleación es de $5 \mu m$, que todo el Mg se mantuvo en solución sólida, y que todo el Sc precipitó en forma de pequeñas partículas de Al_3Sc de $5 nm$ de diámetro. La aleación fue finalmente laminada en frío tal que la densidad de dislocaciones aumentó de 10^8 a $10^{12} m^{-2}$. Calcule el esfuerzo de fluencia de la aleación deformada.

Datos: $G_{Al} = 26 Gpa$, $\alpha = 0.2$, $b = 0.289 nm$, $k = 0.2 Mpa\sqrt{m}$, $\sigma_0 = 58 Mpa$, $m_{FCC} = 3$, $\nu = 0.3$.



Sistemas de Endurecimiento presentes:

- Tamaño de Grano (Hall-Petch)
- Solución sólida
- Partículas indeformables (Orowan)
- Densidad de dislocaciones

$$\sigma_y = \sigma_o + \sigma_{H-P} + \sigma_{s-s} + \sigma_{Orowan} + \sigma_\rho$$

$$\sigma_0 = 58 Mpa$$

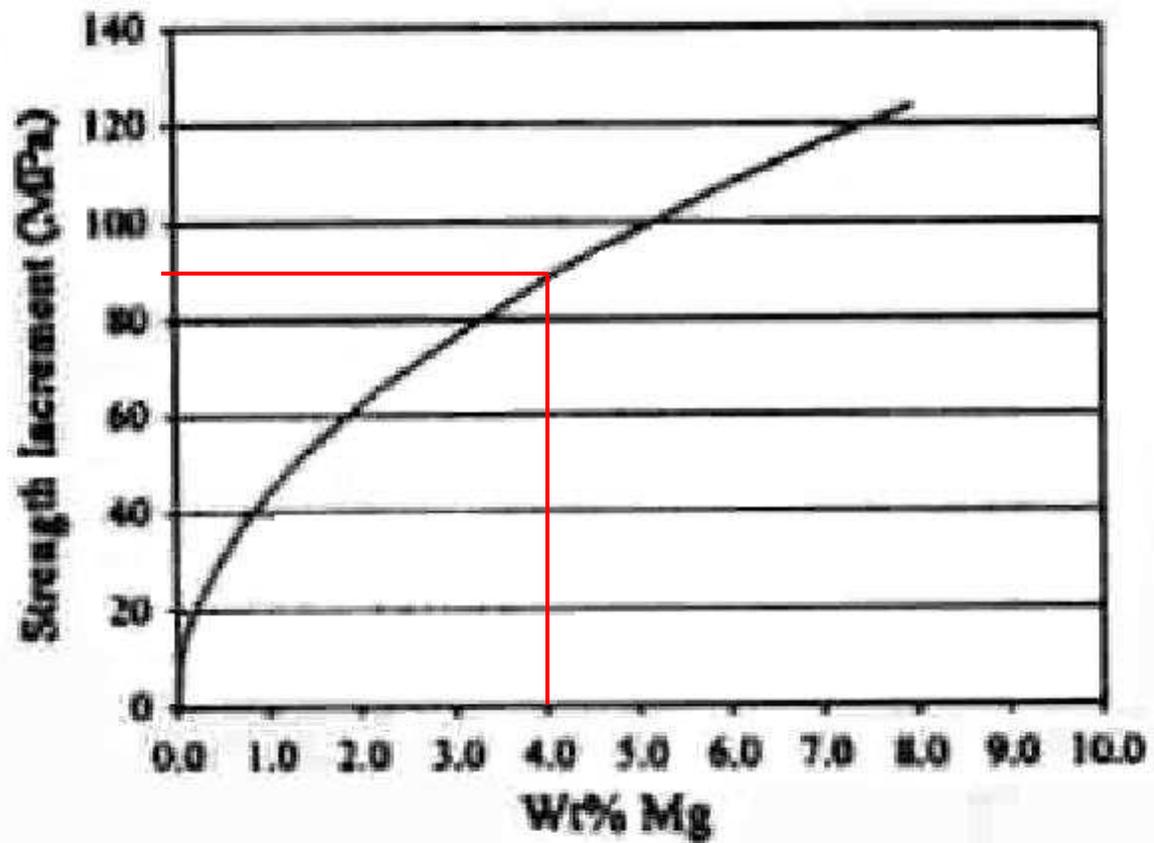
Hall Petch

$$\sigma_{H-P} = \frac{k}{\sqrt{d}}$$

$$d = 5 \mu m = 5 \cdot 10^{-6} m$$

$$\sigma_{H-P} = \frac{0.2 Mpa\sqrt{m}}{\sqrt{5 \cdot 10^{-6} m}} = 89.442 Mpa$$

Solución Sólida



$$\sigma_{s-s} = 85 \text{ Mpa}$$

Orowan:

$$\sigma_{\text{Orowan}} = m \cdot \frac{0.4}{\pi} \cdot \frac{G \cdot b}{\sqrt{1-\nu}} \cdot \frac{\text{Ln}\left(\frac{2r_p}{b}\right)}{L}$$

Tenemos :

$$m = 3 \quad (\text{FCC})$$

$$G = 26 \text{ Gpa}$$

$$b = 0.289 \text{ nm}$$

$$\nu = 0.3$$

$$d_p = 2r_p = 5 \text{ nm}$$

$$L = ?$$

Pregunta 3

La estructura del titanio es HCP (Hexagonal compacto) monocristalino es traccionado a 250 Mpa en la dirección $[\bar{1}\bar{1}22]$ (ojo el enunciado en u-cursos tiene mal los índices).

Calcule el esfuerzo de corte resuelto en los planos (0001) y $(10\bar{1}0)$, según las direcciones $[\bar{1}\bar{2}10]$ y $[\bar{1}\bar{1}20]$. Determine cuales se activan. Suponga que el esfuerzo crítico resuelto para los planos respectivamente es 100 Mpa y 70 Mpa .

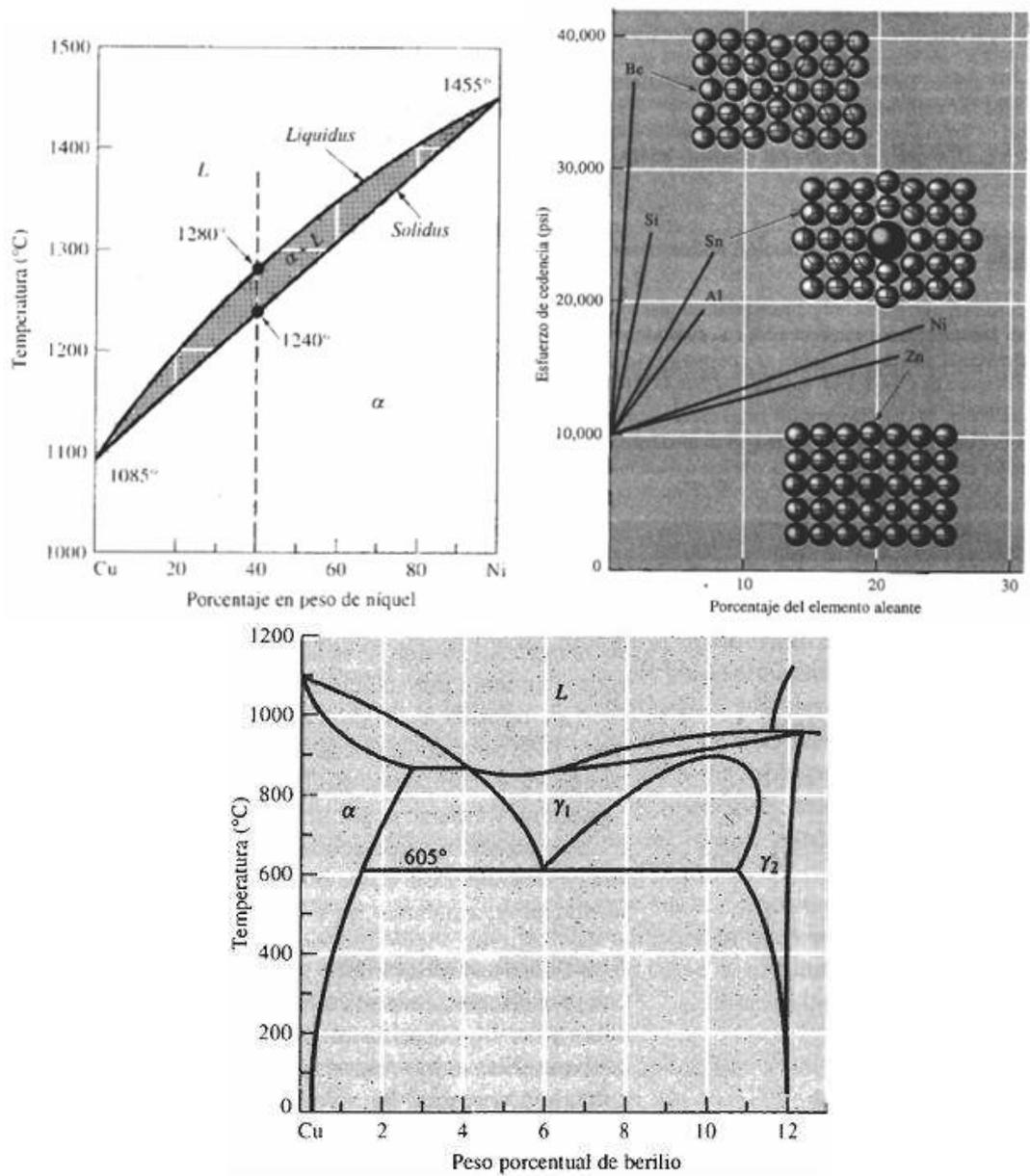
Eje de Traccion	Plano	Dirección	$\text{Cos}(\phi)$	$\text{Cos}(\lambda)$	m^{-1}	$\tau_r \text{ Mpa}$	$\tau_{cr} \text{ Mpa}$	Sistemas Activos
$[\bar{1}\bar{1}22]$	(0001)	$[\bar{1}\bar{2}10]$	$\frac{2}{\sqrt{10}}$	$\frac{3}{\sqrt{60}}$	$\frac{\sqrt{6}}{10}$	61,23	100	No se Activa
		$[\bar{1}\bar{1}20]$		$\frac{6}{\sqrt{60}}$	$\frac{\sqrt{6}}{5}$	122,47		Se Activa
	$(10\bar{1}0)$	$[\bar{1}\bar{2}10]$	$-\frac{3}{\sqrt{20}}$	$\frac{3}{\sqrt{60}}$	$-\frac{3\sqrt{3}}{20}$	-64.95	70	No se Activa
		$[\bar{1}\bar{1}20]$		$\frac{6}{\sqrt{60}}$	$-\frac{3\sqrt{3}}{10}$	-129.9		Se Activa

En un HCP con índices de Miller h, k, i, l , se debe cumplir $h + k = -i$

Pregunta 4

Se tiene una aleación cuya composición $Cu - 8wt\% Be - 15wt\% Ni$. Esta aleación es tratada térmicamente. Primero se eleva su temperatura hasta los $650^{\circ}C$ para homogenizarla y después de un tiempo adecuado se baja **lentamente** de manera que se obtengan precipitados de segunda fase a temperatura ambiente. El tamaño de los granos es $110 \mu m$. Posteriormente este material es laminado mediante dos pares de rodillos continuos que reducen su espesor en un 40%, generándose una gran cantidad de dislocaciones. (Se estiman en $10^{11} cm/cm^3$) Estime el máximo esfuerzo de fluencia que puede alcanzar esta aleación. (No considere endurecimiento por partículas de gran tamaño).

Datos para el cobre: $k = 0.271 Mpa\sqrt{m}$, $E = 110 Gpa$, $\nu = 0.36$, $b = 0.26 nm$, $FCC(m_{FCC} = 3, \alpha = 0.2)$, $1 kpsi = 6.894 Mpa$, (Ver Figuras.)



Sistemas de Endurecimiento

- Tamaño de Grano
- Deformación
- Solución sólida

$$\sigma_y = \sigma_o + \sigma_{H-P} + \sigma_{s-s} + \sigma_\rho$$

σ_o de figura dos, ya que corresponde *Cu* con 0% de cualquier elemento aleante.

$$\sigma_o = 10 \text{ kpsi} = 68.94 \text{ Mpa}$$

Hall Petch

$$\sigma_{H-P} = \frac{k}{\sqrt{d}}$$

$$d = 110 \text{ } \mu\text{m} = 110 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\sigma_{H-P} = \frac{0.271 \text{ Mpa} \cdot \sqrt{m}}{\sqrt{110 \cdot 10^{-6} \text{ m}}} = 25.83 \text{ Mpa}$$

Deformación

$$\sigma_\rho = m \cdot \alpha \cdot G \cdot b \cdot \sqrt{\rho}$$

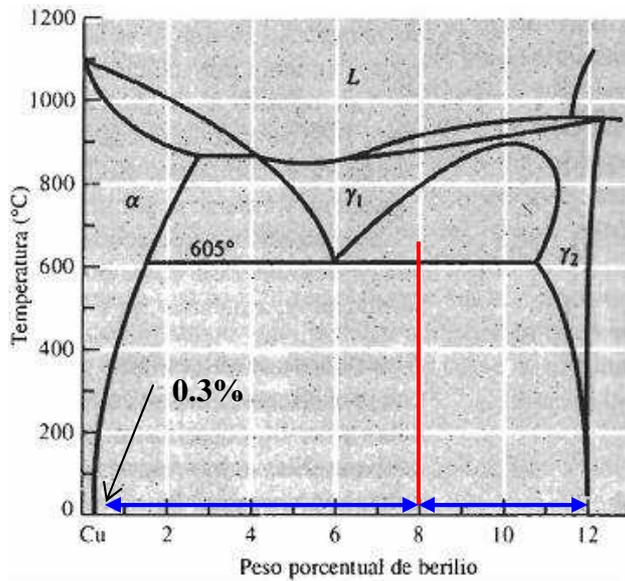
$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{110 \text{ GPa}}{2 \cdot 1.36} = 40.4 \text{ GPa}$$

$$\sigma_\rho = 3 \cdot 0.2 \cdot 40.4 \cdot 10^3 \text{ Mpa} \cdot 0.26 \cdot 10^{-7} \text{ cm} \cdot \sqrt{10^{11} \text{ } 1/\text{cm}^2}$$

$$\Delta\sigma_\rho = 199,299 \text{ MPa}$$

Solución Sólida

Berilio

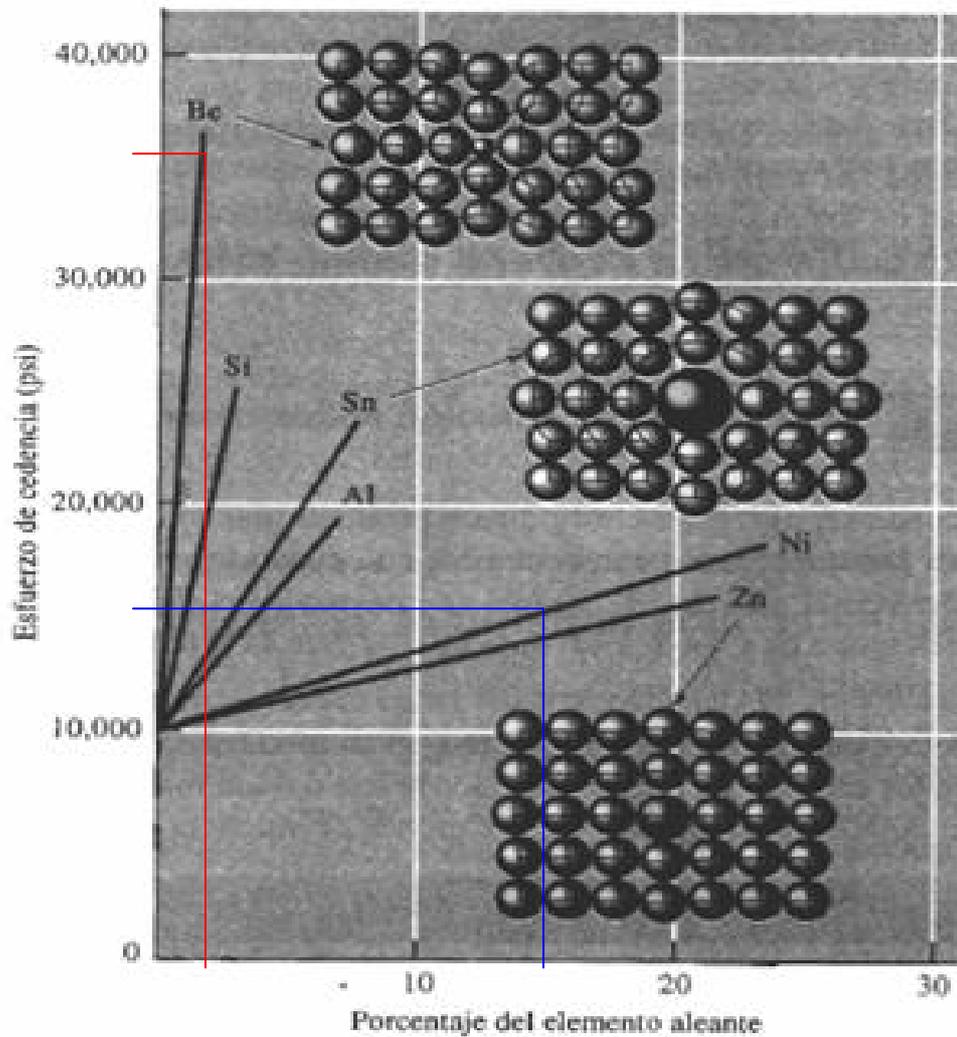


Regla de la palanca, el porcentaje en solución sólida de berilio (es decir en fase α)

$\frac{12 - 8}{12 - 0.3} = 34,1\%$ de total de berilio se mantuvo en solución sólida, lo que corresponde a

$f_{Be} = 0,341 \cdot 8\% = 2.73\%$ en peso de berilio en solución sólida sobre la matriz de cobre

$f_{Ni} = 15\%$ (ya que se ve que forma una solución sólida completa)



Puesto que el gráfico ya comprende el esfuerzo de fluencia $\sigma_0 = 10 \text{ kpsi}$ se debe calcular el endurecimiento, es decir, cuánto endureció a partir de este valor.

$$\sigma_{s-sBe} = 35 \text{ kpsi} - 10 \text{ kpsi} = 25 \text{ kpsi} = 172,36 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{s-sNi} = 15 \text{ kpsi} - 10 \text{ kpsi} = 5 \text{ kpsi} = 34,47 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{s-s} = \sigma_{s-sBe} + \sigma_{s-sNi} = 172,36 \text{ Mpa} + 34,47 \text{ Mpa} = 206,83 \text{ Mpa}$$

Como la aleación fue enfriado lentamente, los precipitados de berilio son grandes, por lo que no calcularemos el endurecimiento provocado por estos.

Finalmente

$$\sigma_y = 68,94 + 25,83 + 206,83 + 199,299 = 500,9 \text{ Mpa}$$