CATALOGO DE VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS

MA-34A Prof. R. Gouet, 4/05/04

Las variables aleatorias discretas, por definición, son aquellas que se concentran en un conjunto finito o numerable. Es decir, X es v.a. discreta si existe un conjunto finito o numerable $D_X \subseteq \mathbb{R}$ tal que $P(X \in D_X) = 1$. La ley de una v.a. discreta queda completamente definida por su función de probabilidad

$$p_X(x) = P(X = x), x \in \mathbb{R}.$$

En esta guía se presenta una suerte de catálogo de variables aleatorias discretas, descritas a través del conjunto de concentración D_X y la función de probabilidad. Notar que la función de probabilidad se entiende definida para argumentos en D_X, puesto que fuera de D_X debe valer 0.

1. **Bernoulli.** Se dice que X es una v.a. de Bernoulli de parámetro $p \in [0,1]$ si $D_X = \{0,1\}$ y $p_X(1) = p, p_X(0) = q$, donde $q = 1 - p$. Mediante esta variable podemos modelar el resultado de un ensayo de Bernoulli (lanzamiento de una moneda, con probabilidad de cara p).

2. **Binomial.** Se dice que X es una v.a. Binomial de parámetros $n \in \mathbb{N}, p \in [0,1]$ si $D_X = \{0, 1, 2, \ldots, n\}$ y
$$p_X(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k},$$
donde $q = 1 - p$. Esta variable representa el número de éxitos en n ensayos de Bernoulli independientes, con probabilidad de éxito constante igual a p.

3. **Uniforme discreta.** Se dice que X es una v.a. Uniforme Discreta en el conjunto finito $A \subseteq \mathbb{R}$ si $D_X = A$ y $p_X(x) = 1/N$. Esta variable es un modelo para la elección al azar de un número entre N.

4. **Poisson.** Una v.a. es de Poisson con parámetro $\lambda > 0$ si $D_X = \{0, 1, 2, \ldots\} = \mathbb{Z}_+$ y
$$p_X(k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}.$$
Esta v.a. permite modelar la ocurrencia de éxitos en numerosos ensayos de Bernoulli independientes de muy baja probabilidad.

5. **Geométrica.** X es una v.a. Geométrica de parámetro $p \in [0,1]$ si $D_X = \{1, 2, \ldots\} = \mathbb{N}$ y
$$p_X(k) = q^{k-1} p,$$
donde $q = 1 - p$. Esta variable modela el instante (entero) de aparición del primer éxito en una serie infinita de ensayos independientes de Bernoulli.

6. **Pascal.** Se dice que X es una v.a. de Pascal de parámetros $p \in [0,1], r \in \mathbb{N}$ si $D_X = \{r, r+1, \ldots\}$ y
$$p_X(n) = \binom{n-1}{r-1} p^r q^{n-r},$$
donde $q = 1 - p$. Esta variable representa el instante (entero) de aparición del $r-$ésimo éxito en una serie infinita de ensayos independientes de Bernoulli.

7. **Hipergeométrica.** Una v.a. X se dice Hipergeométrica de parámetros $N, K, n \in \mathbb{N}, n \leq K \leq N$ si $D_X = \{\max\{0, n-N+K\}, \ldots, \min\{K, n\}\}$ y
$$p_X(k) = \frac{\binom{K}{k}\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}.$$
Esta variable aleatoria representa el número de bolitas blancas (o cualquier otro objeto) que se obtienen en una muestra de tamaño n, sin reemplazo, de una urna que contiene un total de N bolitas, K de las cuales son blancas.