

GUIA #5 DE EJERCICIOS DE PROBABILIDAD

MA-34A Prof. R. Gouet, 9/04/08

- 1) Una caja contiene 5 bolitas blancas y 4 negras. Si se extraen sucesivamente las bolitas al azar y sin reposición, calcule la probabilidad de que la primera sea blanca y la segunda negra y la tercera blanca y así, alternadamente hasta el final.
- 2) Un cajón contiene 4 calcetines negros, 6 café y 2 azules. Se extraen dos calcetines al azar del cajón, uno tras otro, sin reposición. Calcule la probabilidad de que (i) Ambos calcetines sean de igual color; (ii) Ambos sean azules dado que son de igual color; (iii) Demuestre que los sucesos "el primer calcetín es azul" y "el segundo es negro" son dependientes.
- 3) Suponga que la urna I contiene 5 bolitas blancas y 7 negras; que la urna II contiene 4 blancas y 2 negras. Calcule la probabilidad de sacar una bolita blanca si (i) se selecciona una urna al azar y se extrae una bolita de ella y (ii) si ambas urnas se juntan en una tercera, de la cual se extrae la bolita.
- 4) Considere las dos urnas descritas en el problema anterior. Suponga que se escoge una urna al azar y se extrae una bolita de ella. Dado que la bolita resultó blanca, cuál es la probabilidad de que provenga de la urna I?
- 5) Una caja contiene 10 fichas, de las cuales 4 son blancas. Se lanza un dado equilibrado y luego se escoge al azar un conjunto de n fichas, donde n es el resultado del dado. Calcule la probabilidad de que todas las fichas escogidas sean blancas.
- 6) Considere tres muebles idénticos A, B y C, cada uno de los cuales tiene dos cajones. Suponga que A contiene una moneda de oro en cada cajón; que B contiene una moneda de plata en cada cajón y C una moneda de oro en un cajón y una de plata en el otro. Suponga que se escoge un mueble (al azar), se abre un cajón (al azar) y se encuentra una moneda de oro. (i) Calcule la probabilidad de que el otro cajón contenga una moneda de plata. (ii) Cuál es la probabilidad de que el mueble escogido haya sido A, B, C?
- 7) Un profesor distraído regresa por avión desde Paris a Santiago, haciendo escala en Nueva York, Miami y Rio de Janeiro. Suponga que en cada escala, la probabilidad de que pierda su portafolios es p . Al llegar a Santiago, el profesor constata la ausencia de su maletín. Calcule la probabilidad de que lo haya dejado en Nueva York, Miami o Rio de Janeiro respectivamente.
- 8) Un comerciante recibe un lote de relojes importados de Asia. El lote proviene, ya sea de una fábrica en Taiwan o bien, de una fábrica de Singapur. La fábrica de Singapur produce en promedio un reloj defectuoso por cada 200 pero la de Taiwan, 1 entre 1000. El comerciante examina un reloj y constata que funciona. ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo reloj examinado funcione?

- 9) Para detectar una enfermedad se aplica un test. Si el paciente efectivamente está enfermo, el test arroja un resultado positivo en 99% de los casos. Pero también puede ocurrir que la persona esté sana y el test sea positivo, lo que se produce en un 2% de los casos. Sabiendo que en promedio una de cada 1000 personas que consulta está realmente enferma, calcule la probabilidad de que una persona, cuyo test ha resultado positivo, esté realmente enferma. Calcule la probabilidad de que la persona esté enferma si al hacerse dos exámenes independientes, uno de ellos arroja resultado positivo y el otro negativo.
- 10) Sea (Ω, P) un espacio de probabilidad y A, B sucesos. Se dice que A depende positivamente de B si $P(A|B) > P(A)$ Se dice que A depende negativamente de B si $P(A|B) < P(A)$. Demuestre que ambas relaciones de dependencia son simétricas.
- 11) Se sabe que Pedro y Juan dicen la verdad sólo un tercio de las veces. Pedro hace una afirmación y Juan nos comunica que Pedro ha dicho la verdad. ¿Cuál es la probabilidad de que Pedro esté realmente diciendo la verdad?
- 12) Pedro, Juan y Diego son mentirosos. Cada uno de ellos dice la verdad un tercio de las veces. Pedro hace una afirmación y Diego nos dice que Juan dijo que Pedro está diciendo la verdad. ¿Cuál es la probabilidad de que Pedro esté realmente diciendo la verdad?
- 13) Considere 4 fichas rectangulares de iguales dimensiones, una de las cuales es roja por ambos lados, otra es negra por ambos lados y la tercera y cuarta son rojas por un lado y negras por el otro. Se extrae una ficha al azar y se muestra una de sus caras, que podemos también suponer escogida al azar. El problema es apostar sobre el color de la cara oculta. Dado que la cara a la vista es roja, calcule la probabilidad de que la cara oculta sea negra.
- 14) En uno de los concursos de la TV, el animador le propone escoger al concursante una de 4 puertas. Detrás de una de ellas hay un gran premio y las otras están vacías. Suponga que el concursante escoge una de las puertas, digamos la 1, la que permanece cerrada. En ese momento, el animador, que conoce lo que hay tras cada puerta, abre una de las otras y le muestra al concursante que está vacía. Finalmente, el animador le propone al concursante cambiar la puerta 1 por alguna de las que aún permanecen cerradas. La pregunta es si esto le conviene o no al concursante.
- 15) Sea (Ω, P) un espacio de probabilidad y A, B sucesos. Demuestre que A y B son independientes si y sólo si los complementos son independientes.
- 16) Más mentirosos. A dice la verdad $3/4$ de las veces y B $4/5$ de las veces. Se extrae una bolita al azar de una bolsa que contiene 9 bolitas, todas de distintos colores y ambos afirman que la bolita extraída es blanca. Demuestre que la probabilidad de que la afirmación sea cierta es $96/97$.
- 17) Una cadena tiene 100 eslabones que han sido fabricados independientemente. Se sabe que cada eslabón tiene probabilidad 0.001 de romperse cuando es sometido a la carga máxima. Calcule la probabilidad de que la cadena se rompa cuando se somete a la carga máxima.

- 18) Una persona que posee dos automóviles de marcas A y B, tiene dificultades para hacerlos partir en las mañanas frías. Suponga que la probabilidad de que ambos partan es 0.1; la probabilidad de que parta B pero no A es 0.2 y la probabilidad de que ninguno parta es 0.4.
- a) Calcule la probabilidad de A parta.
 - b) Calcule la probabilidad de A parta dado que B partió.
 - c) Calcule la probabilidad de B parta dado que A partió.
- 19) Un complicado sistema de ingeniería posee un interruptor automático de seguridad, que debe activarse en condiciones de falla del sistema. Suponga que la probabilidad de que el interruptor se active, dado que hay una falla es 0.99 y que la probabilidad de no activarse, dado que no hay falla también es 0.99. Finalmente, suponga que la probabilidad de que el sistema falle es 0.001. Calcule la probabilidad de que el sistema haya fallado, sabiendo que el interruptor de seguridad se activó.
- 20) Una urna de madera contiene 10 bolitas blancas y 3 rojas mientras que otra urna de plástico contiene 3 blancas y 5 rojas. Se escogen dos bolitas al azar de la urna de madera, se transfieren a la urna de plástico y luego se extrae una bolita al azar de la urna de plástico. ¿Cuál es la probabilidad de que esta última bolita sea blanca.
- 21) Una bolsa contiene 4 bolitas. Una es azul, una es negra y dos son rojas. Se extraen dos bolitas al azar. Sabiendo que al menos una de ellas es roja, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean rojas?