Pauta P1 Examen

Lo haremos utilizando la fórmula de Bayes. Llamemos $X_i = b$ si en la urna i-ésima salió una bolita blanca, $X_i = n$ si salió negra. Llamemos además J al total de bolitas blancas que salieron. Así, nos piden $\mathbb{P}(X_1 = b | J = 2)$. Sabemos, por Bayes, que esa probabilidad es igual a $\mathbb{P}(J = 2 | X_1 = b) \cdot \frac{\mathbb{P}(X_1=b)}{\mathbb{P}(J=2)}$.

Calculemos entonces estas 3 probabilidades:

$\mathbb{P}(X_1 = b) = \frac{1}{2}$, pues en la primera urna hay una bola blanca y una bola negra.

$\mathbb{P}(J = 2) = \mathbb{P}(X_1 = b, X_2 = b, X_3 = n) + \mathbb{P}(X_1 = b, X_2 = nX_3 = b) + \mathbb{P}(X_1 = n, X_2 = b, X_3 = b)$ (pues son las tres posibles combinaciones de dos bolitas blancas y una negra) $= \frac{1}{2}\frac{2}{5}\frac{4}{5} + \frac{1}{2}\frac{3}{5}\frac{1}{5} + \frac{1}{2}\frac{2}{5}\frac{1}{5} = \frac{8}{50} + \frac{3}{50} + \frac{2}{50} = \frac{13}{50}$.

Por último, $\mathbb{P}(J = 2 | X_1 = b) = \mathbb{P}(X_2 = b, X_3 = n) + \mathbb{P}(X_2 = n, X_3 = b)$ (pues entre la segunda y la tercera urna, para que salgan en total dos blancas, si en la primera ya salió una blanca, debe salir una blanca y una negra, y esas son las dos posibles combinaciones) $= \frac{2}{5}\frac{4}{5} + \frac{3}{5}\frac{1}{5} = \frac{8}{25} + \frac{3}{25} = \frac{11}{25}$.

Así, la probabilidad pedida resulta igual a $\frac{11}{25}\frac{\frac{1}{2}}{\frac{13}{50}} = \frac{11}{13}$. *(Ojo: si el análisis está bien, pero dejan todo expresado y no calculan el resultado final, la nota es 6.5).*