



Profesor: Gonzalo Hernández.
 Auxiliar: Gonzalo Ríos, Constanza Maturana
 Fecha: 10 de Octubre

Control 3

1) Se desea resolver la siguiente ecuación no lineal:

$$\int_0^x e^{-\frac{u^2}{2}} du = e^{-x} \quad (*)$$

Se quiere utilizar el método de Newton, pero se debe determinar el punto inicial x_0 . Lo que se sabe es que existe una raíz en el intervalo $[0, 1]$.

Para calcular la solución del problema se propone la siguiente metodología:

- (a) Demuestre que existe una solución de la ecuación (*) en el intervalo $[0, 1]$.
- (b) Encuentre la base modificada de Legendre $P_n^*(x)$ en el intervalo $[0, 1]$, tal que mantenga la ortogonalidad.

n	0	1	2	3
$P_n(x)$	1	x	$\frac{1}{2}(3x^2 - 1)$	$\frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$
$\int_{-1}^1 (P_n(x))^2 dx$	2	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{7}$

Hint: Calcule los valores de $\int_0^1 (P_n^*(x))^2 dx$, $\forall n = 0, 1, \dots, 3$, utilizando los valores de $\int_{-1}^1 (P_n(x))^2 dx$ y un cambio de variable adecuado. Recuerde que esta base es ortogonal en el intervalo $[-1, 1]$.

- (c) Aproxime la ecuación no lineal (*) a través de mínimos cuadrados, usando la base modificada de Legendre.
- (d) Aplique el método de la bisección para calcular la solución de la ecuación aproximada en $[0, 1]$.
- (e) Defina como x_0 la solución de la ecuación aproximada. Ahora, calcule la solución de la ecuación (*) aplicando el método de Newton, con un error de 10^{-3} .

Obs: Para calcular integrales sin primitiva conocida, use la regla de Simpson Compuesto con un n adecuado dependiendo del caso. Use 4 cifras significativas en los cálculos.