luego, $2\sqrt{u} = x + c. \Rightarrow \boxed{u(x) = \frac{1}{4}(x+c)^2}$

Imponiendo la c.i.

$u(0) = 3 = \frac{c^2}{4} \Rightarrow \boxed{c = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}}$

Volviendo a la variable original $y(x) = u(x) + 2x - 3 = \frac{1}{4}(x + 2\sqrt{3})^2 + 2x - 3$

$= \frac{1}{4}x^2 + \cancel{3} + x\sqrt{3} + 2x - \cancel{3}$

luego, $\boxed{y(x) = x\left(\frac{1}{4}x + (2+\sqrt{3})\right)}$ Intervalo de definición: $\mathbb{R}$.

(basta ver la solución)

(c) Encontrar una sol. implícita de

$$xy^4\,dx + (2x^2y^3 + 3y^5 - 20y^3)\,dy = 0. \qquad (***)$$

Sol: Veamos si esta ec. es exacta. Si $M(x,y) \equiv xy^4$ y $N(x,y) \equiv 2x^2y^3 + 3y^5 - 20y^3$, debemos ver si $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$. En efecto,

$\frac{\partial M}{\partial y} = 4xy^3 \;, \quad \frac{\partial N}{\partial x} = 4xy^3 \quad ✓$ (puede ser exacta)

luego, existe $\phi = \phi(x,y)$ potencial tq $\frac{\partial \phi}{\partial x} = M$ y $\frac{\partial \phi}{\partial y} = N$. Encontremos $\phi(x,y)$:

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial x} = xy^4 & \Rightarrow \boxed{\phi(x,y) = \frac{x^2}{2}y^4 + f(y)} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} = 2x^2y^3 + 3y^5 - 20y^3 \end{cases}$$

(también se puede partir integrando $\frac{\partial \phi}{\partial y}$)

luego, $\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{4\cancel{x^2}}{\cancel{2}}y^3 + f'(y) \underset{\text{debe ser}}{=} \cancel{2x^2}y^3 + 3y^5 - 20y^3$

$\Rightarrow f'(y) = 3y^5 - 20y^3$ ($\Rightarrow$ la ec. es exacta).

y $\boxed{f(y) = \frac{1}{2}y^6 - 5y^4 + \cancel{C}}$ $\to 0$ (puede ser asumida 0)

$\Rightarrow \boxed{\phi(x,y) = \frac{1}{2}x^2y^4 + \frac{1}{2}y^6 - 5y^4}$

Por Teorema visto en clases, cualquier sol. $y(x)$ de $(***)$ es curva de nivel de $\phi(x,y)$, ie,

$$\phi(x, y(x)) = \boxed{k = cte = \frac{1}{2}x^2 \cdot y(x)^4 + \frac{1}{2}y(x)^6 - 5y(x)^4}$$

Expresión implícita para $y(x)$.