(9) (cont...)

Otra forma (más difícil) de hacer esto es notar que por TVM $\exists\ \xi(x)$ entre $y_1(x)$ e $y_2(x)$ (que puede ser escogido de manera única tq $\xi(x)$ dependa continuamente de $y_1(x)$ e $y_2(x)$) tq

$$f(y_1(x)) - f(y_2(x)) = f'(\xi(x))\,(y_1(x) - y_2(x)) \qquad (*1)$$

y si $\bar{x}$ es tq $y_1(\bar{x}) = y_2(\bar{x})$ entonces

$$\lim_{x \to \bar{x}} f'(\xi(x)) = f'(y_1(x)) \qquad (*2)$$

luego, $c(x)$ definido por

$$c(x) = \begin{cases} p(x) \left\{ \dfrac{f(y_2(x)) - f(y_1(x))}{y_2(x) - y_1(x)} \right\}, & y_2(x) \neq y_1(x). \\ f'(y_1(x))\, p(x), & y_1(x) = y_2(x) \end{cases}$$

es continuo $\forall x$ tq $y_1(x) = y_2(x)$ (por $(*1)$ y $(*2)$); de donde, al igual que en la parte anterior, se concluye el resultado.

—o—