Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática

Auxiliar 9 - MA2A1
14 de mayo 2008

Profesor: Juan Dávila
Auxiliares: Victor Carmi y Cristopher Hermosilla

1. Sea $\{\vec{X}^1, \vec{X}^2, ..., \vec{X}^m\} \subseteq \mathbb{R}^n$ (m vectores fijos en $\mathbb{R}^n$), sea $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(\vec{X}) = \sum_{i=1}^{m} \left\| \vec{X} - \vec{X}^i \right\|_2^2$$

   Encuentre y clasifique los puntos críticos de f. Determine mínimos y máximos si es que existen.

2. Considere la función$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

   donde μ y σ son parámetros tales que $\mu \in \mathbb{R}$ y $\sigma > 0$.
   Sea $\{x_1, ..., x_n\}$ un conjunto finito de números reales dados. Se define $L(\mu, \sigma) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i)$.
   Encuentre el máximo valor que puede tomar L.

3. Encontrar los máximos y mínimos de la función $f(x, y) = x^2+y^2-x-y-1$ en $D = \{(x, y) : x^2+y^2 \leq 1\}$. Para ello estudie que sucede en $int(D)$ y en ∂D. Encuentre una buena parametrización para ∂D.

4. Sea $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1\}$ con $a, b, c \in \mathbb{R}_+ \backslash \{0\}$. Este conjunto se conoce con el nombre de elipsoide. Determine las mínimas y las máximas distancias al origen.

5. Considere un cubo C en $\mathbb{R}^3$ cuya superficie (la suma del área de las 6 caras) es igual a 6. Encuentre el máximo volúmen posible que puede tener el cubo.