

Auxiliar 7 - MA2A1
30 abril 2008

Profesor: Juan Dávila
Auxiliares: Victor Carmi y Cristopher Hermosilla

1. Probar que la ecuación $yx^2 - xy^2 + z^2 \cos xz = 1$ define una función para $z = z(x, y)$ en una vecindad del punto $(0, \sqrt{2}, 1)$.
Hallar el plano tangente a la superficie $z = z(x, y)$ en el punto $(0, \sqrt{2})$

2. Sea $n \in \mathbb{N}$ y sea $y_0 \in \mathbb{R}$ una raíz simple del polinomio con coeficientes reales

$$P(y) = a_0 + a_1y + \dots + a_ny^n$$

es decir, $P(y_0) = 0$ y $P'(y_0) \neq 0$. Sea $\vec{x} = (x_0, x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^{n+1}$.
Pruebe que en una vecindad de $(0, y_0)$, la ecuación

$$F(x, y) = (a_0 + x_0) + (a_1 + x_1)y + \dots + (a_n + x_n)y^n = 0$$

admite una única solución $y = g(x)$ de clase C^1 tal que:

$$\nabla g(0) = -\frac{1}{P'(y_0)}(1, y_0, y_0^2, \dots, y_0^n)$$

3. Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ C^1 . Supongamos:

$$\begin{aligned} u &= f(x) \\ v &= -y + xf(x) \end{aligned}$$

Si $f'(x_0) \neq 0$, muestre que esta transformación es localmente invertible cerca de (x_0, y_0) y la inversa tiene la forma:

$$\begin{aligned} x &= g(u) \\ y &= -v + ug(u) \end{aligned}$$

4. Sea la transformación $T : U \longrightarrow \mathbb{R}^2$ con $U = \{(u, v) : u > v\} \subseteq \mathbb{R}^2$ definida por $T(u, v) = (u+v, u^2+v^2)$.
- a) Pruebe que T es localmente inyectiva.
- b) Determine el Recorrido de T , y muestre que T es globalmente inyectiva.