

# MA2A1 Enunciado clase auxiliar 2 de abril

Prof. Michal Kowalczyk  
Prof. Aux.: Guillermo Campos y Darío Valdebenito

28 de marzo de 2008

## Problema 1

Sea  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

1. Calcule  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$  y  $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ .
2. Pruebe que  $\frac{\partial f}{\partial x}$  y  $\frac{\partial f}{\partial y}$  *no* son continuas en  $(0, 0)$
3. Pruebe que, no obstante,  $f$  es diferenciable en  $(0, 0)$ .

## Problema 2

Considere la función  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x \sin(xy)}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

1. Muestre que  $f$  es diferenciable en todo punto  $(x_0, y_0) \neq (0, 0)$
2. Muestre que  $f$  es continua en  $(0, 0)$
3. Calcule (cuando existan) las derivadas direccionales

$$f'((0, 0); (e_1, e_2)), \quad \text{con } (e_1, e_2) \neq (0, 0)$$

4. Determine si  $f$  es diferenciable en  $(0, 0)$

## Problema 3

Muestre que la función  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x+y)}{x+y} & \text{si } x + y \neq 0 \\ 1 & \text{si } x + y = 0 \end{cases}$$

es diferenciable en  $\mathbb{R}^2$  y calcule su matriz Jacobiana en  $\mathbb{R}^2$ .

## Problema 4

Sea  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} x^{4/3} \sin(y/x) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Determine todos los puntos en que  $f$  es diferenciable y todos los puntos en que no lo es.