

Clase Auxiliar N°8: Matemáticas Aplicadas

Profesor: Orlando Hofer

Auxiliar: Matías Godoy

16 de Mayo de 2008

P1. Determine el área del manto de un cono de altura h y radio basal a , para ello:

a) Parametrice el manto del cono

Hint: Use coordenadas cilíndricas, y analice un corte transversal para determinar $z(\rho)$

b) Calcule

$$\int \int_S dA = \int \int_D \left\| \frac{\partial \vec{r}}{\partial \rho} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta} \right\| d\rho d\theta$$

con D el dominio donde la parametrización está definida.

P2. Sea la superficie definida por $z = 4 - x^2 - y^2$ con $z \geq 0$, se pide lo siguiente:

a) Grafique la superficie dada

b) Determine el Centro de Gravedad de la superficie, para ello recuerde que:

$$x_G = \frac{1}{M} \int \int_S x \sigma dA$$

y análogamente se definen y_G y z_G , con σ densidad superficial

Hint: Dado que σ es la densidad superficial, se cumple: $M = \int \int_S \sigma dA$

P3. Considere el cono definido por $z^2 = x^2 + y^2$ con $z \geq 0$ y la esfera definida por $x^2 + y^2 + z^2 = 2Rz$ con $R > 0$ constante. Se pide lo siguiente

a) Calcule el área del cono que está dentro de la esfera.

b) Calcule el área de la esfera que queda dentro del cono

P4. Sea el campo $\vec{F}$ definido por: $\vec{F} = yz\hat{i} + xz\hat{j} + xy\hat{k}$ y la región Ω definida como:

$$\Omega = \{x \geq 0, y \geq 0, z \in [0, b], x^2 + y^2 \leq a^2, a \wedge b > 0\}$$

Se pide determinar el flujo Φ del campo $\vec{F}$ a través de Ω , considerando la normal exterior

P5. Se define el campo eléctrico generado por una carga Q como:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \|\vec{r}\|^2} \hat{r}$$

con ϵ_0 constante conocida.

Se pide determinar el flujo Φ del campo eléctrico $\vec{E}$ generado por una carga Q ubicada en el origen, a través del manto del cilindro infinito definido la ecuación: $x^2 + y^2 = a^2$ con $a > 0$ considerando la normal exterior.