<u>Guía de Ejercicios</u>

Matemáticas Aplicadas MA26B

Semestre Primavera 2007

Prof. Cátedra: Orlando Hofer - Prof. Auxiliar: Carlos Hübner

1.- Determine la fuerza (vector) en Newton que se efectúa sobre una masa de 3 [Kg] que sigue la trayectoria $\boldsymbol{\sigma}(t) = (t\,\mathrm{sen}\,t; t\cos t; \sqrt{3}t)$ en los instantes $t = 1$ [s] y $t = 4$ [s].

Sol:
$$\vec{F}(1) = \left(6\cos(1) - 3sen(1), -6sen(1) - 3\cos(1), 0\right)[N]$$
$$\vec{F}(4) = \left(6\cos(4) - 12sen(4), -6sen(4) - 12\cos(4), 0\right)[N]$$

2.- Sea la trayectoria $\boldsymbol{\sigma}(t) = (2t; t^2; \log t)$, definida para t mayor que 0. Hallar la longitud de arco de $\boldsymbol{\sigma}$ entre los puntos (2; 1; 0) y (4; 4; log2)

Sol: $3 + \log(2)$

3.- Reparametrizar la trayectoria $\boldsymbol{\sigma}(t) = (\cos^3(t), sen^3(t), \cos(2t))$ con respecto a la longitud de arco medida desde el punto donde $t = 0$ en la dirección en que se incrementa t. Considerar los valores de t ubicados entre 0 y $\pi/2$, ambos incluidos.

Sol: $\boldsymbol{\sigma}(t) = \left(\left(1 - \tfrac{2}{5}s\right)^{3/2}; \left(\tfrac{2}{5}s\right)^{3/2}; 1 - \tfrac{4}{5}s\right)$

4.- Sea $\vec{F}(x,y) = \left(\dfrac{y^2}{x^2}, -\dfrac{2y}{x}\right)$ un campo vectorial. Calcular la integral de línea llevado a cabo por el campo de fuerza **F** al llevar un objeto desde A hasta B, siguiendo las siguientes trayectorias:

a) un camino compuesto de un tramo horizontal seguido de uno vertical
b) un camino compuesto por un tramo vertical seguido de uno horizontal.
c) un camino compuesto por una recta entre los dos puntos.

$A = (1,1) \qquad B = (4,-2)$

Sol: Todos son cero.

5.- Calcular la integral de línea del campo vectorial $\vec{F}(x,y) = (e^y, xe^y)$ a lo largo de la trayectoria:

$$\sigma(t) = \left(\frac{senh(5t^4)}{senh(5)}, t^4 + 5t^3 - 3t^2 - 2t\right) \qquad 0 \le t \le 1$$

Sol: $\left(\dfrac{e^{1}-e^{-1}}{e^{5}-e^{-5}}\right)e^{1}$

6.- Hallar el momento de inercia respecto al eje x de un alambre semicircular que tiene la forma $x^2 + y^2 = 1$, $y \geq 0$ si la densidad es $f(x; y) = |x| + |y|$.

Sol: 8/3

7.- Distinguir si las siguientes curvas son planas:

a) $\sigma(t) = (\cos(t), sen(t), 2-\cos(t))$
b) $\sigma(t) = (2t^2 - t, t - t^3, t^2 - 1)$
c) $\sigma(t) = (1 + t^2, 1 + t, 2t)$

Sol: Sólo a) y c) (obs: ¿a simple vista podría haber intuido esto?)

8.- Sea $\sigma(t) = (\cos(t), sen(t), \cosh(t))$ $\quad 0 \leq t \leq 2\pi$. Encuentre:

a) Longitud de la Curva.
b) Vector Tangente
c) Vector Normal
d) Vector Binormal
e) Curvatura
f) Torsión

Sol:

a) $\sinh(2\pi)$

b) $\hat{t} = \dfrac{1}{\cosh(t)}(-\sin(t), \cos(t), \sinh(t))$

c) $\hat{t} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\cosh(t)}(-\cos(t)\cosh(t) + sen(t)senh(t), -sen(t)\cosh(t) - \cos(t)senh(t), 1)$

d) $\hat{b} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\cosh(t)}(\cos(t)\cosh(t) + sen(t)senh(t), sen(t)\cosh(t) - \cos(t)senh(t), 1)$

e) $k(t) = \dfrac{\sqrt{2}}{\cosh^2(t)}$

f) $\tau(t) = \dfrac{senh(t)}{\cosh^2(t)}$

9.- Encontrar el plano osculador, rectificante, y normal para el ejercicio 8 para *$t=0$, $t=\pi$, $t=2\pi$.* (Propuesto)