

# **Pauta P2 Control 3**

## **Matemáticas Aplicadas MA26B**

**Semestre Primavera 2007**

Prof. Cátedra: Orlando Hofer - Prof. Auxiliar: Carlos Hübner

Ayudantes: Hortencia Jorquera - Felipe Maldonado

2.- Resolver las ecuaciones

a)  $e^z + i = 0$

b)  $\cosh z = i$

Sol:

a) Forma 1:

$$e^z + i = 0 \Rightarrow e^z = -i \text{ pero } -i = e^{-i\pi/2}$$

así que  $e^z = e^{-i\pi/2}$

$\Rightarrow z = -i\pi/2$  pero como la exponencial es una función periódica en  $\mathbb{C}$ , se tiene que:

$$\Rightarrow z = -i\pi/2 + 2k\pi i \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

Forma 2:

$$e^z + i = 0 \Rightarrow e^z = -i$$

$$\Rightarrow \log(e^z) = z + 2ki\pi = \log(-i)$$

$$\log(-i) = \ln|-i| + i \arg(-i) = 0 - i\pi/2$$

$$\Rightarrow z = -i\pi/2 - 2ki\pi$$

$$\forall k \in \mathbb{Z}$$

*Obs: No importa la diferencia del signo de la Forma 1 con la 2, ya que es para cualquier entero.*

b) Tenemos que:

$$\cosh z = i$$

$$\Rightarrow \frac{e^z - e^{-z}}{2} = i$$

$$\Rightarrow e^z - e^{-z} - 2i = 0 \quad / \cdot (e^z)$$

$$\Rightarrow (e^z)^2 - 2ie^z + 1 = 0$$

Ahora hacemos un cambio de variables  $u = e^z$

$$\Rightarrow u^2 - 2iu + 1 = 0$$

$$\Rightarrow u = \frac{2i \pm \sqrt{(2i)^2 - 4}}{2} = \frac{2i - \sqrt{-4-4}}{2} = i(1 \pm \sqrt{2})$$

así que:

$$e^z = i(1 \pm \sqrt{2})$$

$$\log(e^z) = z + 2k\pi i = \log(i(1 \pm \sqrt{2})) = \operatorname{Ln}|i(1 \pm \sqrt{2})| + i \arg(i(1 \pm \sqrt{2}))$$

$$\Rightarrow z + 2k\pi i = \operatorname{Ln}|i(1 \pm \sqrt{2})| + i \arg(i(1 \pm \sqrt{2})) = \operatorname{Ln}|1 \pm \sqrt{2}| + i\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow z = \operatorname{Ln}|1 \pm \sqrt{2}| + i\left(\frac{\pi}{2}\right) - 2k\pi i$$

$$\forall k \in \mathbb{Z}$$

### Asignación de Puntaje:

- Punto Base (1 punto)
- Parte a)
  - o Por cálculo (1.5 puntos)
  - o Por poner que la función es periódica (0.5 Puntos)
- Parte b)
  - o Encontrar la ecuación cuadrática (1.0 Punto)
  - o Resolver las raíces (1.0 Punto)
  - o Encontrar la nueva ecuación (1.0 Punto)
  - o Resolver el logaritmo (1.0 Punto)