Pauta P4 Control 3

Matemáticas Aplicadas MA26B

Semestre Primavera 2007

Prof. Cátedra: Orlando Hofer - Prof. Auxiliar: Carlos Hübner

Ayudantes: Hortencia Jorquera - Felipe Maldonado

4.- Aplicando la fórmula de la integral de Cauchy, calcular la integral

- $$\oint_\Gamma \frac{e^{z^2}}{z^2-6z}dz$$

a) Cuando Γ es la circunferencia de ecuación $|z-2|=1$

b) Cuando Γ es la circunferencia de ecuación $|z-2|=3$

Sol:

Tenemos que $f(z)=\dfrac{e^{z^2}}{z^2-6z}$ tiene dos puntos singulares, en z = 0 y en z = 6.

a) En este caso, no hay puntos singulares ni en la curva, ni dentro del espacio que encierra esta, debido a esto, podemos afirmar por el Teorema de Cauchy-Goursat que:

$$\oint_\Gamma \frac{e^{z^2}}{z^2-6z}dz=0$$

b) En este caso el punto singular z = 0 queda dentro de la curva, y es el único punto singular que encierra, así que tomamos:

$$g(z)=\frac{e^{z^2}}{(z-6)} \Rightarrow f(z)=\frac{g(z)}{z}$$

en donde $g(z)$ es holomorfa en la curva y dentro de ella, por lo que ocupamos la Fórmula Integral de Cauchy

$$\oint_\Gamma \frac{e^{z^2}}{z^2-6z}dz=\oint_\Gamma \frac{g(z)}{z}dz=2\pi i g(0)$$

pero $g(0) = \dfrac{e^0}{(0-6)} = -\dfrac{1}{6}$

$$\oint_\Gamma \frac{e^{z^2}}{z^2 - 6z} dz = 2\pi i\left(-\frac{1}{6}\right) = -\frac{\pi i}{3}$$

Asignación de Puntaje:

- Punto Base (1 punto)
- Encontrar las puntos singulares de la función a integrar (1.5 Puntos)
- Resolver la parte a) por Cauchy-Goursat (1.5 Puntos)
- Notar el punto singular que encierra la circunferencia y escribir la función holomorfa en esa circunferencia (1.5 Puntos)
- Ocupar la fórmula Integral de Cauchy y llegar al resultado (1.5 Puntos)