

**Proposición** Las siguientes propiedades son ciertas:

1. Una curva con curvatura nula es una recta.
2. Una curva sin torsión es una curva plana.

**Demostración** 1) Si  $\kappa = 0$ , de la fórmula de Frenet (I) se tiene que  $\frac{dT}{ds} = 0$ , es decir, que  $T(s) = T_0$  constante para todo  $s$ . De esta manera se concluye que

$$\vec{r}(s) = \vec{r}(0) + \int_0^s T_0 ds = \vec{r}(0) + sT_0.$$

2) Si  $\tau = 0$ , de la fórmula de Frenet (III) se tiene que  $\frac{dB}{ds} = 0$ , es decir, que  $B(s) = B_0$  constante para todo  $s$ . Entonces

$$\frac{d}{ds}(B_0 \cdot \vec{r}) = B_0 \cdot \frac{d\vec{r}}{ds} = B_0 \cdot T = 0,$$

y luego  $B_0 \cdot \vec{r}$  es siempre constante (e igual a  $B_0 \cdot \vec{r}(0)$ ), esto quiere decir que la curva pertenece al plano ortogonal a  $B_0$  y que pasa por  $\vec{r}(0)$ , el cual está dado por

$$B_0 \cdot (\vec{r}(s) - \vec{r}(0)) = 0.$$