

Clase Auxiliar N°1: Matemáticas Aplicadas

Profesor: Orlando Hofer

Auxiliar: Emilio Vilches

28 de Marzo de 2008

P1. Una partícula se mueve en el plano a lo largo de la espiral $r = e^\theta$ con una rapidez de v [m/s].

- (i) Hallar la velocidad y la aceleración en $\theta = \frac{\pi}{4}$.
- (ii) ¿Cuánto tarda la partícula en ir desde el punto correspondiente a $\theta = 0$ hasta el punto correspondiente a $\theta = \pi$?.
- (iii) si $\theta = 0$ cuando $t = 0$, hallar las ecuaciones paramétricas para la trayectoria de la partícula.

P2. Sea la hélice descrita por las ecuaciones paramétricas:

$$x(t) = a \cos(t)$$

$$y(t) = a \sin(t)$$

$$z(t) = at \tan(\alpha)$$

donde α , a constantes y $a > 0$. Se pide:

- (i) Hallar los vectores \hat{T} , \hat{N} , \hat{B} en función del parámetro t .
- (ii) Probar que \hat{T} y \hat{B} forman un ángulo constante con el eje \hat{z} y que \hat{N} es perpendicular a éste eje y dirigido hacia el.
- (iii) Probar que la curvatura κ y la torsión τ quedan expresadas por:

$$\kappa = \frac{\cos^2 \alpha}{a}$$
$$\tau = \frac{-\sin \alpha \cos \alpha}{a}$$

P3. Una partícula se mueve describiendo una trayectoria Γ sobre el manto del cono $x^2 + y^2 = z^2$, de forma tal que su altura z y el ángulo en cilíndricas cumplen la relación $z = e^{-\theta}$ con $\theta \in [0, +\infty)$.

- (a) Encuentre una parametrización de Γ . Dibuje la curva.
- (b) Calcule el largo de Γ .
- (c) Hallar los vectores \hat{T} , \hat{N} , \hat{B} en función del parámetro θ .

P4. Un ciclista sube una montaña parabólica de ecuación $x^2 + y^2 + z = 2\pi$ siguiendo un camino Γ de modo de alcanzar la cima tras realizar una vuelta en torno a la montaña. Utilizando coordenadas cilíndricas, deducir una parametrización de Γ sabiendo que se satisface $\frac{dz}{d\theta} = a$ con $a > 0$. Suponga que inicialmente el ciclista se encuentra en el punto de coordenadas $(\sqrt{2\pi}, 0, 0)$.