

Auxiliar 18 de Junio
Cálculo Diferencial e Integral
Profesor: Raúl Uribe.

Integrales impropias:

Lo primero que se vio, fueron los valores de α para que las siguientes integrales converjan:

$$\int_a^\infty \frac{dx}{x^\alpha} \rightarrow \text{Converge para } \alpha > 1 \quad ; \quad \int_a^{b-} \frac{dx}{(b-x)^\alpha} \rightarrow \text{Converge para } \alpha < 1$$
$$\rightarrow \text{Diverge para } \alpha \leq 1 \quad \quad \quad \rightarrow \text{Diverge para } \alpha \geq 1$$

La integral impropia $\int_{a+}^b \frac{dx}{(x-a)^\alpha}$ converge y diverge para los mismos valores que

$$\int_a^{b-} \frac{dx}{(b-x)^\alpha}, \text{ esto quedó propuesto de demostrar.}$$

1) Pruebe que la integral: $\int_1^\infty \left(\frac{1}{x \cdot \ln(x)^2} - \frac{1}{(x-1)^2} \right) dx$ converge y encuentre su valor.

2) Encuentre los valores de $\alpha > 0$ para los cuales la siguiente integral converja:

$$\int_0^1 \frac{1}{x^{\alpha \cdot (1-x)}} dx$$

3) Analice la convergencia de las siguientes integrales impropias:

a) $\int_0^1 \frac{\arctg(x)}{x^2} dx$

b) $\int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x} \cdot (x+a)}$

4) Considere la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x(2-x)}}$ y calcule, si existe, el área comprendida entre la curva, el eje OX y sus asíntotas.