

Auxiliar 9 de Abril
Calculo Diferencial e Integral
Raúl Uribe

1) Calcular los siguientes límites:

i) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + e^x)^{\frac{2}{x}}$

ii) Determine el valor de k real tal que $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+k}{x-k} \right)^x = 4$

2) Hacer el estudio analítico del gráfico de la función $y = x^{2/3} \cdot (x-1)^{1/3}$ detallando:

- i) Dominio, simetrías y signo de la función.
- ii) Asíntotas.
- iii) Primera derivada: crecimiento, máximos y mínimos.
- iv) Segunda derivada: concavidad, puntos de inflexión.
- v) Dibujo del gráfico.

3) Considere a, b tales que $0 < a < b$. Sea f una función continua sobre $[a, b]$ y derivable sobre (a, b) que satisface la propiedad:

$$f(a) = f(b) = 0 \quad \text{y} \quad f'(a) = 0$$

- i) Mostrar que existe $c \in (a, b)$ de modo que la tangente a f en el punto c pasa por el origen.
- ii) Resolver el problema para $a = 0$.

4) Demuestre la siguiente desigualdad: $\frac{x}{1+x} \leq \ln(1+x) \leq x \quad \forall x \geq 0$