Pauta Problema Pendiente

Profesor:	Alejandro Mass
Auxiliares:	Andrés Fielbaum
	Ramiro Villagra

A continuación la pauta del problema que dejamos pendiente en la clase auxiliar.

P2. a2) Demostrar que:

$$(B - A) \subseteq C \Rightarrow (D - C) \subseteq (D - B) \cup A$$

Puede usar que $(B - A) \subseteq C \Leftrightarrow C^c(B^c U A)$ (a1)

Solución:

Nuestra hipótesis es $(B - A) \subseteq C$, nosotros debemos mostrar que si la hipótesis es cierta, entonce se debe cumplir que:

$$(D - C) \subseteq (D - B) \cup A \Leftrightarrow V$$

Reescribamos lo que debmos desmostrar, ocupando la indiccación tenemos que:

$$\begin{aligned}
(D - C) \subseteq (D - B) \cup A \quad &\Leftrightarrow \quad ((D - B) \cup A)^c \subseteq (D^c \cup C) Definición \\
&\Leftrightarrow \quad ((D \cap B^c) \cup A)^c \subseteq (D^c \cup C) Morgan \\
&\Leftrightarrow \quad (D \cap B^c)^c \cap A^c \subseteq (D^c \cup C) Morgan \\
&\Leftrightarrow \quad (D^c \cup B) \cap A^c \subseteq (D^c \cup C) Distributividad \\
&\Leftrightarrow \quad (D^c \cap A^c) \cup (B \cap A^c) \subseteq (D^c \cup C)
\end{aligned}$$

Esta proposición es verdadera pues $(D^c \cap A^c) \subseteq D^c$ y además, de la hipotésis sabemos que $(B \cap A^c) \subset C$, luego se conluye que:

$$(D^c \cap A^c) \cup (B \cap A^c) \subseteq (D^c \cup C) \Leftrightarrow V$$

Por transitividad acabamos de probar que

$$(D - C) \subseteq (D - B) \cup A \Leftrightarrow V$$

Que era lo que nos pedían demostrar.