Clase Auxiliar Extra / Algebra / 27 Marzo 2008

Profesor: María Leonor Varas (Sección 4)
Auxiliares: Sebastián Astroza & Diego Morán

P1

a) Dadas p, q, r proposiciones, escriba, en función de p, q, r y de los conectivos lógicos que Ud conoce, una proposición que sólo sea verdadera cuando p y r lo son.

b) Sean p, q, r, s proposiciones. Pruebe, sin usar tablas de verdad, que

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (\overline{s} \Rightarrow \overline{r})] \Rightarrow [\overline{p} \vee \overline{r} \vee (q \wedge s)]$$

P2 Sea A un conjunto, $p(x)$ y $q(x)$ proposiciones para cualquier $x \in A$. Definimos $P = (\exists x \in A : p(x))$ y $Q = (\exists y \in A : q(y))$.

a) Si $P \Rightarrow Q$ ¿Se puede asegurar que $[\exists x \in A : p(x) \Rightarrow q(x)]$?

b) Si $[\exists x \in A : p(x) \Rightarrow q(x)]$ ¿Se puede asegurar que $P \Rightarrow Q$?

P3 Sean A, B, $C \subseteq \mathcal{U}$. Determine cuales de las siguientes afirmaciones son verdaderas. Justifique su respuesta.

i) $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cup B)$

ii) $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$

iii) Si $A \in B$ y $B \subseteq C$ entonces $A \in C$

iv) Si $A \in B$ y $B \subseteq C$ entonces $A \subseteq C$

v) Si $A \subseteq B$ y $B \in C$ entonces $A \in C$

vi) Si $A \subseteq B$ y $B \in C$ entonces $A \subseteq C$

P4

a) Sean X,Y y A conjuntos (del mismo universo). Pruebe que si

$$X \cap A = Y \cap A \;\; y \;\; X \cup A = Y \cup A$$

entonces $X = Y$.

b) Sean A, B, C conjuntos, pruebe que:

$$A \subseteq C \Rightarrow A \setminus B = C \setminus [B \cup (C \setminus A)]$$

c) Sean A, B conjuntos, demuestre que:

$$[(A^c \cap B) \cup (A \cap B^c)] = B \Rightarrow A = \phi$$