

1) $x^2 - 2x + 1 \leq 1$

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 2x + 2} \leq 1$$

$$\leq 1$$

$$\frac{(x-1)^2}{(x-2)(x-1)} \leq 1$$

$$\leq 1$$

$$\frac{x+1}{x-2} \leq 1$$

critical: $(-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$
 $x = 1$
 $x = 2$

$$I \quad (-\infty, 1) \quad (x-1) = -(x-1) = -x+2$$

$$\frac{x+1}{x-2} \leq 1 \quad x < 0$$

$$x-1 \geq x-2 \quad -1 \geq -2 \quad (-\infty, 1) \checkmark$$

II $(1, 2)$

$$\frac{x-1}{-(x-2)} \leq 1 \quad -(x-1) \geq 0$$

$$x-1 \leq -x+2$$

$$2x \leq 3$$

$$x \leq \frac{3}{2}$$

2, 3/2

$$(-\infty, \frac{3}{2}) \setminus \{1\}$$

matias Rodriguez
 Nicolás Riquelme
 Andrea Rojas
 Eusebio Botomales
 Florencia Panabatt

III $(2, +\infty)$

$$\frac{x-1}{+(x-2)} \leq 1 \quad x \geq 0$$

$$x-1 \leq x-2$$

$$-1 \leq -2$$

no

problema 2
2) c) $|x| \leq |x+1|$

puntos críticos:

$$x = 0$$

$$x = 1$$

en $(-\infty, 0)$

$$+x \leq -(x+1)$$

$$-x \leq -x+1$$

$$0 \leq 1$$

cierto?

en $(0, 1)$

$$A = (-\infty, 1/2)$$

$$x \leq -(x+1)$$

$$x \leq -x+1$$

$$2x \leq 1$$

$$x \leq \frac{1}{2}$$

cierto?

en $(1, \infty)$

$$x \leq x+1$$

$$0 \leq 1$$

$$\emptyset$$

cierto?

$$b) \quad |4x-2| \geq x(1-2x)$$

$$|4x-2| \geq x-2x^2$$

Grupo:

Punto crítico

$$x = \frac{1}{2}$$

$$(-\infty, 1/2) \cup (1/2, \infty)$$

on $(-\infty, 1/2)$

$$-(4x-2) \geq x-2x^2$$

$$-4x+2 \geq x-2x^2$$

$$2x^2 - 5x + 2 \geq 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{4}$$

$$x = \frac{5 \pm 3}{4}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{1}{2}$$

$$(-\infty, 1/2)$$

$$1/2 \quad 2$$

$$(-\infty, 1/2) \quad (1/2, 2) \quad (2, \infty)$$

$$2x^2-5x+2$$

$$+$$

$$-$$

$$+$$

on $(1/2, \infty)$

$$4x-2 \geq x-2x^2$$

$$2x^2 + 3x - 2 \geq 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{4}$$

$$x = \frac{-3 \pm 5}{4}$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = \frac{1}{2}$$

$$(-\infty, -2) \quad (-2, 1/2) \quad (1/2, \infty)$$

$$+$$

$$-$$

$$+$$

$$(-\infty, 1/2) \quad (2, \infty)$$

Soluzioni: $B = \mathbb{R} \setminus \{1/2\}$

Grupo 7 | Ej. P2 a)

Carlos Heredia
 - Marlon Granada
 - Andres Gonzalez
 - Jose Huerta
 - Marino Gomez
 - Renat Gomez

Resolver $|x^2 - 2x| + x|x+3| \geq 3$

$= |(x)(x-2)| + x|x+3| \geq 3$ (factorizar)
 $= |x||x-2| + x|x+3| \geq 3$ (propiedad $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$)

Los puntos criticos son:

$x=0$, $x-2=0$, $x+3=0$
 $x=2$, $x=-3$

Defino 4 intervalos: $(-\infty, -3]$; $(-3, 0]$; $(0, 2]$; $(2, \infty)$

1º Intervalo: $(-\infty, -3]$

$|x^2 - 2x| + x|x+3| \geq 3$
 $= -x \cdot -(x-2) + x \cdot -(x+3) \geq 3$
 $= x(x-2) - x(x+3) \geq 3$
 $= x^2 - 2x - x^2 - 3x \geq 3$
 $= -5x \geq 3 \quad /(-1)$
 $= 5x \leq -3$
 $= x \leq -3/5$

$\therefore$ la solución en $(-\infty, -3]$ es el mismo intervalo $(-\infty, -3]$

2º Intervalo: $(-3, 0]$

$|x||x-2| + x|x+3| \geq 3$
 $= -x \cdot -(x-2) + x \cdot (x+3) \geq 3$
 $= x(x-2) + x(x+3) \geq 3$
 $= x^2 - 2x + x^2 + 3x \geq 3$
 $= 2x^2 + x \geq 3 \Rightarrow 2x^2 + x - 3 \geq 0$

la discriminante es

$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 1 + 24 = 25$

$2x^2 + x - 3 = 0$

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 + 5}{4} = \frac{4}{4} = 1$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 - 5}{4} = \frac{-6}{4} = -3/2$

Como $a > 0$ la solución es $(-\infty, -3/2] \cup [1, \infty)$

y así sucesivamente

$\therefore$ la solución en $(-3, 0]$ es $(-3, -3/2]$

3º Intervalo: $(0, 2]$

$$\begin{aligned} |x|(x-1) + x(x+3) &\geq 3 &= x \cdot -(x-1) + x(x+3) &\geq 3 \\ &= -x(x-1) + x^2 + 3x &\geq 3 \\ &= -x^2 + 2x + x^2 + 3x &\geq 3 \\ &= 2x + 3x &\geq 3 = 5x &\geq 3 = x \geq 3/5 \end{aligned}$$

∴ la solución en $(0, 1]$ es $[3/5, 2]$

4º Intervalo: $(2, \infty)$

$$\begin{aligned} |x|(x-2) + x(x+3) &\geq 3 &= x(x-2) + x(x+3) &\geq 3 \\ &= x^2 - 2x + x^2 + 3x &\geq 3 \\ &= 2x^2 + x &\geq 3 = 2x^2 + x - 3 &\geq 0 \end{aligned}$$

la solución es idéntica a 2º int. $(-\infty, -3/2] \cup [1, \infty)$

∴ la solución en $(2, \infty)$ es el mismo intervalo $(2, \infty)$

la solución de $|x|(x-1) + x(x+3) \geq 3$ es

$$Sol = (-\infty, -3/2] \cup [3/5, \infty)$$

Grupo 7 E₀ P1 a)

$$= (x+y)(x^{-1}+y^{-1}) \geq 4 \quad (\text{distributividad})$$

$$= x(x^{-1}+y^{-1}) + y(x^{-1}+y^{-1}) \geq 4 \quad (\text{distributividad y elemento neutro})$$

$$= 1 + xy^{-1} + 1 + x^{-1}y \geq 4 \quad 1+(-2) \quad (\text{inverso aditivo})$$

$$= xy^{-1} + x^{-1}y + 2 \geq 4$$

$$= xy^{-1} + x^{-1}y \geq 2$$

$$= \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$$

(suma de inversos)

$$= \frac{x^2 + y^2}{xy} \geq 2 \quad / \cdot xy \text{ positivo (elemento inverso)}$$

$$= x^2 + y^2 \geq 2xy$$

(elemento neutro)

$$\Rightarrow = x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$$

(binomio al cuadrado)

$$= (x-y)^2 \geq 0$$

Ningún número $\mathbb{R}$ elevado al cuadrado puede ser menor que 0 por lo que podemos concluir que $(x-y)^2 \geq 0$ es V.

~~El~~ El argumento no es correcto. Se comienza suponiendo $(x+y)(x^{-1}+y^{-1}) \geq 4$, y se concluye que $(x-y)^2 \geq 0$.

$$\textcircled{d} \frac{|x^2 - 2x + 1|}{|x^2 - 3x + 2|} \leq 1$$

$$\frac{|x-1||x-1|}{|x-2||x-1|} \leq 1$$

$$\textcircled{1} \frac{(x-1)^2}{(2-x)(1-x)} \leq 1$$

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{2 - 2x - x + x^2} \leq 1$$

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 3x + 2} \leq 1 \quad \rightarrow ? \quad x^2 - 3x + 2 > 0?$$

$$x^2 - 2x + 1 \leq x^2 - 3x + 2 \quad \quad \quad [-\infty, 1]$$

$$\underline{\underline{x \leq 1}}$$

$$\textcircled{2} \frac{(x-1)^2}{|x-2||x-1|}$$

$$(2-x)(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x + 1}{(2-x)(x-1)} \leq 1$$

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{2x - 2 - x^2 + x} \leq 1$$

$$x^2 - 2x + 1 \leq -x^2 + 3x - 2$$

$$2x^2 - 5x + 3 \leq 0 \quad \checkmark$$

$$(-\infty, 1] \cup \left[\frac{3}{2}, \infty\right)$$

$$\frac{6}{4} \left(\frac{3}{2}\right) \wedge \frac{4}{4} (1)$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4}$$

$$\textcircled{1} (-\infty, 1) \rightarrow (-\infty, 1)$$

$$\textcircled{2} [1, 2) \quad \left[\frac{3}{2}, 2\right) \quad \checkmark$$

$$\textcircled{3} [2, \infty)$$

$$= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{(x-1)^2}{(x-2)(x-1)} \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{x-2} \geq 0 \quad (1)$$

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 3x + 2} \leq 1$$

$$x^2 - 2x + 1 \leq x^2 - 3x + 2$$

$$x \leq 1 \quad (-\infty, 1]$$

$$(-\infty, 1] \cup \left[\frac{3}{2}, 2 \right]$$

Encontrar el C.S

Grupo 14, Sección 6

$$\begin{aligned} (+) \quad & |x^2 + 2x| + x|x+3| \geq 3 \\ & |x(x-2)| + x|x+3| \geq 3 \\ & |x||x-2| + x|x+3| \geq 3 \end{aligned}$$

puntos críticos

$$x=0$$

$$x=2$$

$$x=-3$$

Tenemos los intervalos

$$]-\infty, -3[, [-3, 0[, [0, 2[\text{ y } [2, \infty[$$

Tomando el 1er Intervalo

$$]-\infty, -3[, \text{ se tiene que}$$

$$-x(2-x) + x(-x-3) \geq 3$$

$$-2x + x^2 - x^2 - 3x \geq 3$$

$$-5x \geq 3$$

$$x \leq -\frac{3}{5}$$

por lo tanto, todo el intervalo $]-\infty, -3[$ es solución //

Tomando el 2do intervalo

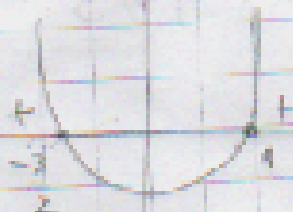
$$[-3, 0[, \text{ se tiene que}$$

$$-x(2-x) + x(x+3) \geq 3$$

$$-2x + x^2 + x^2 + 3x \geq 3 \quad \checkmark$$

$$(2)x^2 + x - 3 \geq 0$$

$$(x-1)\left(x + \frac{3}{2}\right) \geq 0$$



$$CS =]-\infty, -\frac{3}{2}] \cup [1, \infty[\quad \checkmark$$

Considerando el intervalo, se tendrá como Conjunto solución

$$[-3, -\frac{3}{2}] \quad \checkmark$$

Tomando el 3er Intervalo, se tiene

$$x(2-x) + x(x+3) \geq 3$$

$$2x - x^2 + x^2 + 3x \geq 3$$

$$5x \geq 3$$

$$x \geq \frac{3}{5} \quad \checkmark$$

considerando el Intervalo estudiado, se tendrá como conjunto solución

$$[\frac{3}{5}, 2[\quad \checkmark$$

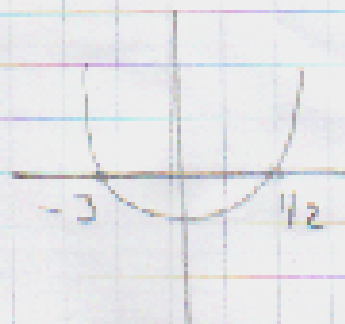
Tomando el 4to intervalo, se tiene

$$x(x+2) + x(x+3) \geq 3$$

$$x^2 + 2x + x^2 + 3x \geq 3$$

$$2x^2 + 5x - 3 \geq 0$$

$$(x+3)(2x-1) \geq 0$$



$$CS =]-\infty, -3] \cup [1/2, \infty[$$

considerando el intervalo estudiado, tenemos finalmente que

$$CS_{Int_4} = [2, \infty[\checkmark$$

por lo tanto, la unión de los C.S. de los 4 intervalos, dará finalmente

$$]-\infty, -3[\cup [-3, -3/2] \cup [3/5, 2[\cup [2, \infty[$$

lo que se reduce a:

$$]-\infty, -3/2] \cup [3/5, \infty[\checkmark \checkmark$$

Grupo 12 -

Fabiana Quintero
Leopoldo Muñoz
Carlos Perz
Natalia Muñoz
Pablo Navarro
Zoe Ortiz

P2 c) encontrar solución a la inecuación:

$$|x^2 + 3x| + x|x + 3| + x^2 \geq 7 + |1 + x^2|$$

Analizaremos los casos posibles:

1) $x \geq 0$: $(x^2 + 3x) + x(x + 3) + x^2 \geq 7 + 1 + x^2 =$

entonces $2x^2 + 6x \geq 8 + x^2 =$
por propiedades $2x^2 + 6x - 8 \geq 0 =$

$$x^2 + 3x - 4 \geq 0 =$$

$$(x + 4)(x - 1) \geq 0$$

Analizaremos signos por puntos críticos

	-4	1	+
a $(x + 4)$	-	+	+
b $(x - 1)$	-	-	+
ab	+	-	+

Como $x \geq 0$ debemos

tomar como solución

$$S_1 = [1, +\infty) \checkmark$$

2) $x < 0$: $|x^2 + 3x| - |x||x + 3| - x^2 \geq 7 + |1 + x^2|$ / $\begin{matrix} x = -|x| \\ x < 0 \end{matrix}$

$$|x^2 + 3x| - |x^2 + 3x| + x^2 \geq 7 + 1 + x^2$$

$$x^2 \geq 8 + x^2$$

$$0 \geq 8 \Leftrightarrow F$$

$$\therefore S_2 = \emptyset$$

Uniendo ambas soluciones

$$S = [1, +\infty)$$

$$b) \frac{|x-2| + |2x+4|}{(x-2)|x+|x-2||} < 1/2 \quad \text{Resolver } 1=2$$

$$\frac{2|x-2| + 2|2x+4|}{(x-2)|x+|x-2||} < 1 =$$

$$\frac{|2x-4| + |4x+8|}{(x-2)|x+|x-2||} < 1 \quad \begin{array}{l} \text{esta ecuación tiene} \\ \text{tanto valores positivos} \\ [0,1) \text{ como negativos } \{R - R^0_+\} \end{array}$$

1) Valores soluciones positivos $[0,1)$ caso $x > 2$

$$|2x-4| + |4x+8| \geq 0 \quad \wedge \quad (x-2)|x+|x-2|| > 0$$

S R

$\wedge$

$$S: (2, +\infty)$$

para que

$$|2x-4| + |4x+8| < (x-2)|x+|x-2|| \quad \text{como } x > 2$$

sea menor a 1

$$2x-4 + 4x+8 < (x-2)(2x-2)$$

$$6x+4 < 2x^2 - 2x - 4x + 4$$

$$2x^2 - 12x - 4 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 6x - 2 > 0$$

$$(x-7)(x+1) > 0$$

por valores
críticos -1

		$-$	$+$
1	$(x-7)$	$-$	$+$
2	$(x+1)$	$-$	$+$

ab $+$ $-$ $+$

como $x > 2$ la solución es:

$$S_+ = (7, +\infty)$$

2) para negativos
hasta que el denominador
sea negativo (ya que
nunca siempre positivo)

caso $x < 2$

$$(x-2)|x+|x-2|| < 0$$

$$x-2 < 0$$

$$x < 2$$

$$S_- = (-\infty, 2)$$

uniendo ambas soluciones: $(-\infty, 2) \cup (7, +\infty)$

Q2.b)

$$\frac{|x-2| + |2x+1|}{(x-2)(x+1)} < \frac{1}{2}$$

$(-\infty, 2)$

$$(x-2)(x+1)(x-2) = 0$$

$$x \neq 2 \checkmark$$

c.) $x > 2$

$$\frac{x-2 + 2x+1}{(x-2)(x+(x-2))} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{3x+1}{(x-2)(2x-2)} < \frac{1}{2}$$

$$x > 2 \wedge 2x-2 > 0$$

$$6x+1 < (x-2)(2x-2)$$

$$6x+1 < 2x^2-2x-4x+4$$

$$-2x^2+12x-3 < 0$$

$$-x^2+6x-1.5 < 0 \checkmark$$

$$0 < x^2-6x+1.5$$

$$(x-3)(x+1) \checkmark$$

como $x > 2$, $(x+1) \in \mathbb{R}^+$ $\checkmark$

por lo tanto en $(x-3)$ para cualquier $\mathbb{R}^+$ ($x > 3$)

$$\therefore (3, \infty) \checkmark$$

c.) $x < 2$

$$|x-2| + |2x+1| > 0$$

$$(x-2)(x+1)(x-2) < 0$$

$$|x-2| - |2x+1| < 0 < \frac{1}{2}$$

$$(x-2)(x+1)(x-2) < 0$$

$$\therefore (-\infty, 2) \checkmark$$

$$\therefore (-\infty, 2) \cup (3, \infty)$$

Grupo 11

Daniela Morales

Pablo Molina

Yanira Muñoz

Arturo Rengado

Hector Monzon

$$|x(x-2)| + x|x+3| \geq 3$$

$$P_2(0)$$

$$x \geq 0$$

$$|x(x-2)| \rightarrow x(x-2)? \quad x=1?$$

substituindo $0 < x \leq 2 \rightarrow$ falsa.
substituindo $x > 2$.

$$x^2 - 2x + x^2 + 3x \geq 3$$

$$2x^2 + x - 3 \geq 0$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(2)(-3)}}{4}$$

$$\frac{-1 \pm 5}{4} \quad x_1 = 1$$

$$x_2 = -\frac{3}{2}$$

$$]-\infty, -\frac{3}{2}] \cup [1, +\infty[$$

$$P_2(0) \text{ como } x \geq 0,]-\infty, -\frac{3}{2}] \text{ não convém} \checkmark$$

$$x < 0$$

$$|x(x-2)| = -x(x-2)? \quad x=-1?$$

substituindo $-3 \leq x < 0$ falsa.
substituindo $x < -3$.

$$2(-x)^2 - 3(-x) - 4^2 \geq 3$$

$$2x^2 + x + 3 \leq 0$$

$$\Delta = 1 - 4(6)$$

$$\Delta < 0$$

$$\emptyset$$

$$[0] \text{ final } [1, +\infty[$$

faizem o intervalo de la subconjunto

b) $x > 2$

La desigualdad equivale a:

$$\frac{x-2+2x+1}{2(x-2)(x-1)} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{3x-1}{2(x-2)(x-1)} - \frac{1}{2} < 0$$

$$\frac{3x-1-(x-2)(x-1)}{2(x-2)(x-1)} < 0$$

$$3x-1-x^2+3x-2 < 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2+6x-3 < 0$$

$$\frac{-x^2+6x-3}{2(x-2)(x-1)} < 0$$

$$\frac{-(x-3)(x-1)}{2(x-2)(x-1)} < 0$$

$$\frac{(x-3)(x-1)}{2(x-2)(x-1)} > 0$$

$x-3$	-	-	-	-	+
$x-1$	-	-	+	+	+
$x-2$	-	-	-	+	+
$x+1$	-	+	+	+	+
Ec	+	-	+	-	+

(7,00) ✓

$$x < -\frac{1}{2}$$

$$\frac{-(x-2)+-(x+1)}{(x-2)(x+-(x-2))} - \frac{1}{2} < 0$$

$$\frac{-x+2-2x-1}{(x-2)2} - \frac{1}{2} < 0$$

$$\frac{-3x+1}{2(x-2)} < 0$$

$$\frac{-3x+1}{2(x-2)} < 0 \Rightarrow \frac{3x-1}{2(x-2)} > 0$$

$3x-1$	-	+	+
$x-2$	-	+	+
Ec	+	-	+

$$(-\infty, -\frac{1}{2})$$

$$x < -\frac{1}{2} \wedge x > 2 \Rightarrow -\frac{1}{2} < x < 2$$

$$\frac{-x+2+2x+1}{2(x-2)} - \frac{1}{2} < 0$$

$$\frac{x+3-x+2}{2(x-2)}$$

$$\frac{5}{2(x-2)} < 0$$

$$(-\infty, 2)$$

$$(-\frac{1}{2}, 2) \cup (7, \infty) \cup (-\infty, -\frac{1}{2})$$

$$-\frac{1}{2} < \text{Solución}$$