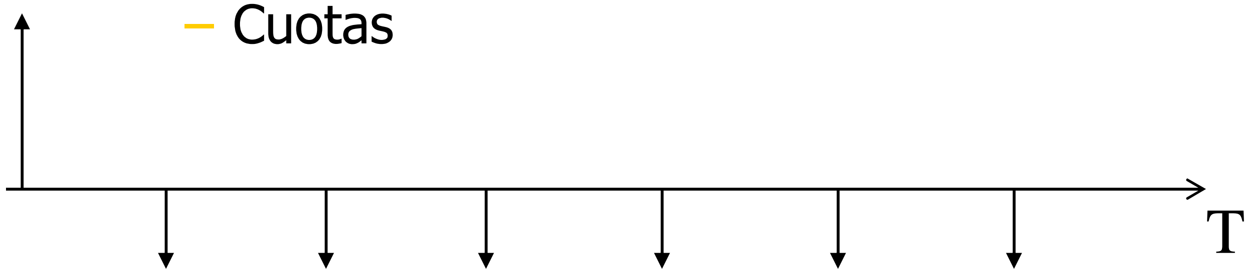
MATEMATICAS FINANCIERAS

- 1.Perfil de una inversión y Perfil de un Crédito.
- 2.Tipos de interés (Simple y compuesto)
- 3.Igualdad de Fisher y el efecto de la inflación
- 4.Tasas equivalentes
- 5. Valor futuro, valor presente y valor presente neto

MATEMATICAS FINANCIERAS

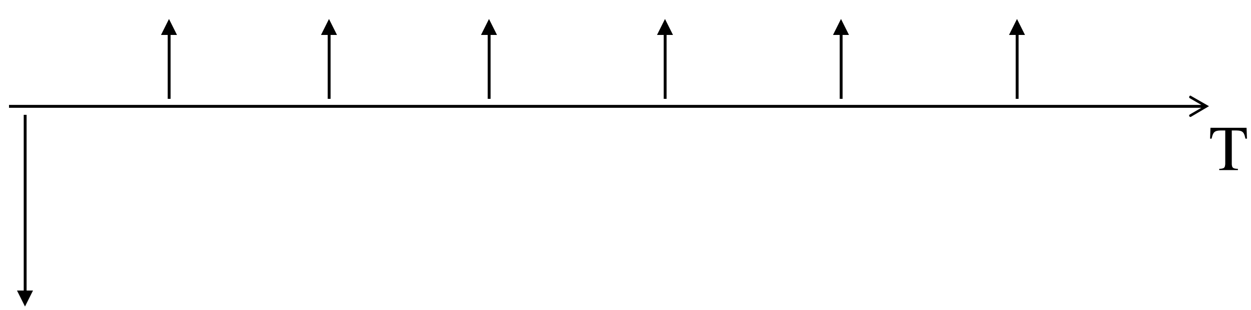
- 1. Perfil de un crédito
  - Crédito: Significa obtener un flujo de dinero hoy, que será pagado en cuotas en el futuro.
  - Características:
    - Tasa de interés
    - Plazo
    - Cuotas



MATEMATICAS FINANCIERAS

1. Perfil de una Inversión

- Inversión: Desembolsar hoy una suma de dinero, esperando retornos futuros.
- Características:
  - Tasa de descuento
  - Duración del proyecto
  - Flujos



MATEMATICAS FINANCIERAS

Valor del dinero en el tiempo

- Supongamos que estamos en un mundo donde no existe inflación y se nos plantea la posibilidad de elegir $ 100 hoy o $ 100 mañana ¿Qué preferimos?
- La respuesta $ 100 hoy, ya que existe un interés que puede ser ganado sobre esos $ 100, es decir depositar eso en el un banco y al cabo de un año recibir los 100 más un interés.
- Supongamos la tasa es del 10%. Dos alternativas:
  - Guardar los 100 en una caja fuerte al cabo de 1 año tengo los mismos 100.
  - Depositar los 100 al cabo de un año tengo 110.

MATEMATICAS FINANCIERAS

- Valor del dinero en el tiempo
  - Valor Futuro: Es el valor alcanzado por un capital o principal al final del período analizado.
  - Interés: Es el rendimiento o costo de un capital colocado o prestado a un tiempo determinado.
  - Si definimos:
    - r = tasa de interés
    - P = Monto invertido
  - Invierto Po hoy
  - Al cabo de un año obtengo:
    - P1 = Po + r * Po
  - Qué pasa si esto lo queremos invertir a más de un período?

MATEMATICAS FINANCIERAS

⌘2. Tipos de interés: simple y compuesto

- Interés simple: Es el interés que se paga (o gana) sólo sobre la cantidad original que se invierte. De otra forma es aquel que no considera reinversión de los intereses ganados en períodos intermedios.
- Supongamos que $P_o = \$100$ y $r = 10\%$
- $P1 = P_o + r * P_o = 110$
- $P2 = P1 + r * P_o$ Observemos que sólo calculamos intereses sobre el principal.
- $P2 = P_o + r * P_o + r * P_o = P_o + 2 * r * P_o = 120$
- Para n períodos:
- $P_n = P_o + n * r * P_o \Longrightarrow \boxed{P_n = P_o * (1 + n * r)}$

MATEMATICAS FINANCIERAS

Interés Compuesto

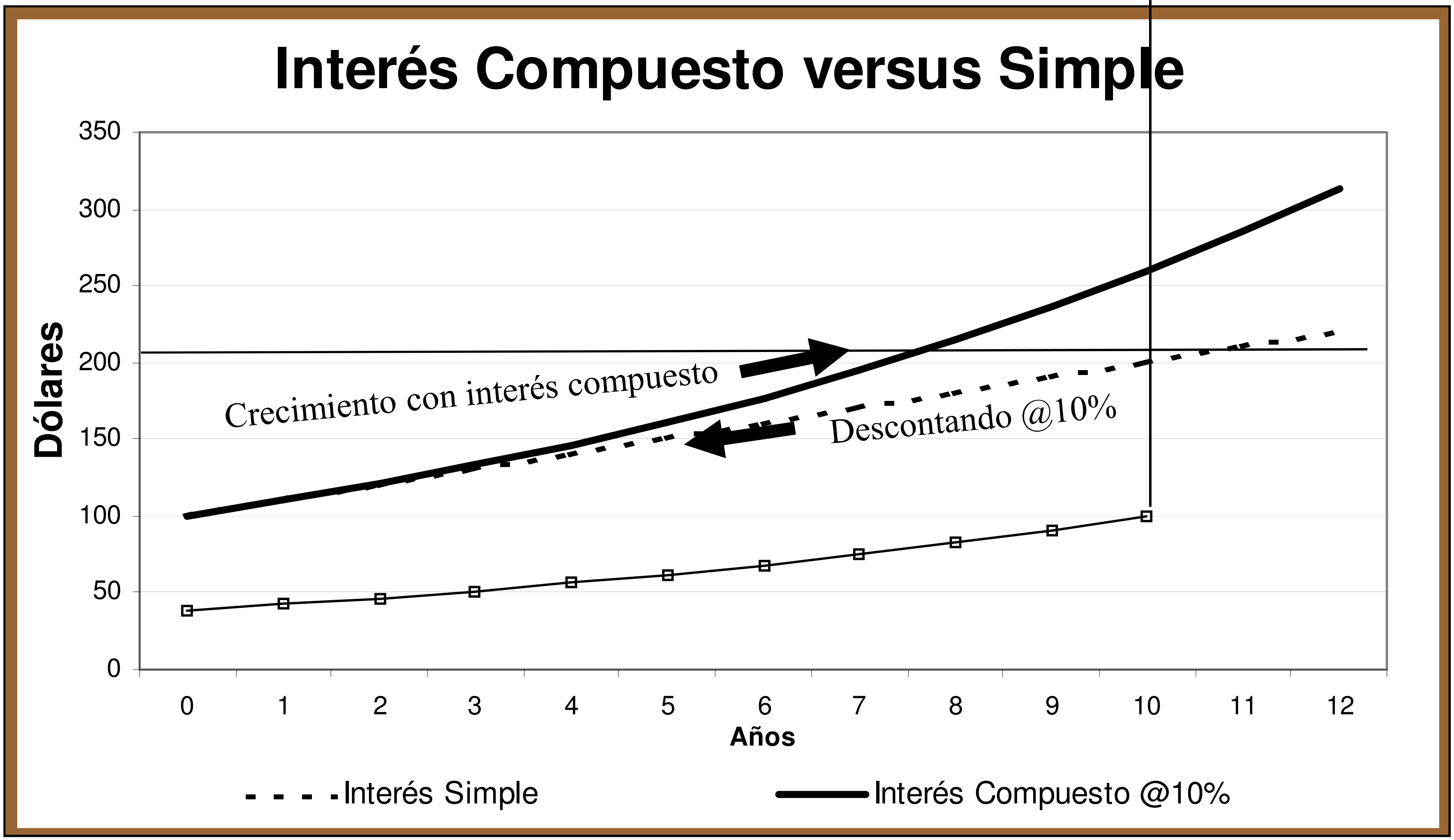
- Interés Compuesto: Significa que el interés ganado sobre el capital invertido se añade al principal. Se gana interés sobre el interés. De otra forma se asume reinversión de los intereses en periodos intermedios.
- Supongamos que $Po = \$100$ y $r = 10\%$
- $P1 = Po + r * Po = Po (1+r) = 110$
- $P2 = P1 + r * P1$ Intereses sobre capital más intereses.
- $P2 = Po (1+r) + r*(Po (1+r)) = = 121$
- $P2 = Po (1+r) (1+r) = Po (1+r)^2$
- Para n períodos:
- $Pn = Pn\text{-}1 + r * Pn\text{-}1 ==> \boxed{Pn = Po * (1 + r)^n}$

MATEMATICAS FINANCIERAS

Interés Simple vs Interés compuesto

- Veamos que se obtiene para un período más largo y diferentes tasas de interés.
- Po = 100, r = 10% y n = 40 años:
  - Interés Simple ==> Pn = $ 500
  - Interés Compuesto ==> Pn = $ 4.525,93 (9,05 veces)
- Po = 100, r = 5% y n = 40 años:
  - Interés Simple ==> Pn = $ 300
  - Interés Compuesto ==> Pn = $ 704 (2,35 veces)
- Po = 100, r = 15% y n = 40 años:
  - Interés Simple ==> Pn = $ 700
  - Interés Compuesto ==> Pn = $ 26.786,35 (28,27 veces)

Interés Compuesto - Intervalos



MATEMATICAS FINANCIERAS

3. Igualdad de Fischer y efecto de la Inflación

- La inflación es el aumento sostenido y generalizado del nivel de precios.
- Que las papas suban un 10% significa necesariamente que hubo inflación?
- La respuesta es no ya que la inflación se mide a través de indices IPC en chile que mide la evolución de los precios de una canasta promedio de bienes y servicios.
- Por lo tanto la variación del IPC no significa que todos los bienes y servicios de esta canasta varíe en el mismo porcentaje.
- Por otro lado el IPC no es el precio de la canasta.

MATEMATICAS FINANCIERAS

Inflación y poder adquisitivo del dinero

- Si existe inflación los pesos de hoy no comprarán las mismas cosas que en un año más.
- $ 1000/ Po = Cantidad física = Xo
- $ 1000/P1 = Cantidad física = X1
  - Xo > X1
- Esos $ 1000 nominalmente son iguales, en términos reales no lo son. No tienen el mismo poder adquisitivo

MATEMATICAS FINANCIERAS

Tasa de interés real

- Una tasa de interés real es aquella que denota un aumento del poder adquisitivo. Esto es, conservando el poder adquisitivo del dinero, existe un incremento en el monto a pagar (o cobrar).

- El ejemplo clásico es el de las tasas en UF + X% o tasas reflejadas como IPC + X%.

- Esto significa que al cabo de una año el dinero debiera tener el mismo poder adquisitivo que el dinero que invertí.

MATEMATICAS FINANCIERAS

⌘Tasa de interés nominal

- Una tasa de interés nominal es aquella que denota un crecimiento en el monto de dinero, sin ajustar la moneda por inflación. Así la tasa de interés nominal no necesariamente significa un incremento en el poder adquisitivo

- El ejemplo típico son los depósitos en pesos a 30 días de los bancos o los créditos en pesos.

- Si hacemos un depósito por $ 1000 al 15% de interés anual en un año debiera recibir $ 1.150 ¿Significa esto que seré $150 más rico al cabo de un año?

MATEMATICAS FINANCIERAS

Tasa de interés real v/s nominal

- En equilibrio el banco debiera ser indiferente entre prestar a tasas reales o nominales, siempre y cuando las tasas nominales incluyan las expectativas de inflación.
- Así surge la "Igualdad de Fisher":

  - $(1 + i) = (1 + r) * (1 + \pi)$
  - donde: i = tasa de interés nominal

    r = tasa de interés real

    π = inflación esperada

MATEMATICAS FINANCIERAS

- Tasa de interés real v/s nominal
  - Ejemplo: En que banco me conviene depositar 500 U.M. ¿en el que ofrece 20% de interés anual o el que ofrece UF + 5% anual?.
  - Si ambas rindieran lo mismo:
    - 500 (1+i) = 500 (1+i)(1+ π)
    - (1+ π) = (1+i) / (1+r) = 1,02 / 1,05 = 14,3%
  - Luego, si la inflación esperada es mayor que 14,3% anual, conviene la alternativa de UF más 5% anual

MATEMATICAS FINANCIERAS

- Tasa de interés real v/s nominal
  - Relación de paridad entre tasas para economías abiertas:
  - $(1+r) = (1+ \text{Libor} + s)(1+e) /(1+ \pi)$
  - Donde
    - π y r ya definidos
    - Libor: Tasa de interés interbancaria de Londres
    - s: Spread (depende del riesgo país)
    - e: variación esperada del tipo de cambio

MATEMATICAS FINANCIERAS

4. Tasas equivalentes

- Interés simple
  - $in = n * i1$
- Interés Compuesto
  - $(1 + i) = (1 + ieq)^{n}$

MATEMATICAS FINANCIERAS

⌘5. Valor Presente y Valor Futuro

$$\boxed{P = F/(1+i)^n}$$

Valor Presente
(“Descontar”)

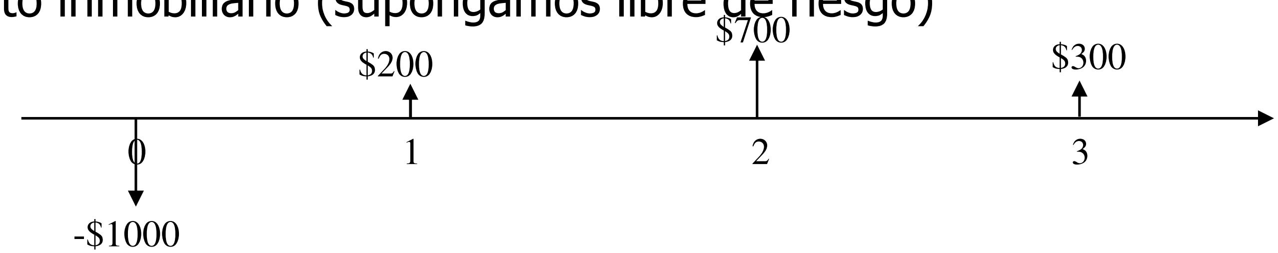
MATEMATICAS FINANCIERAS

- 5. Valor Presente y Valor Futuro

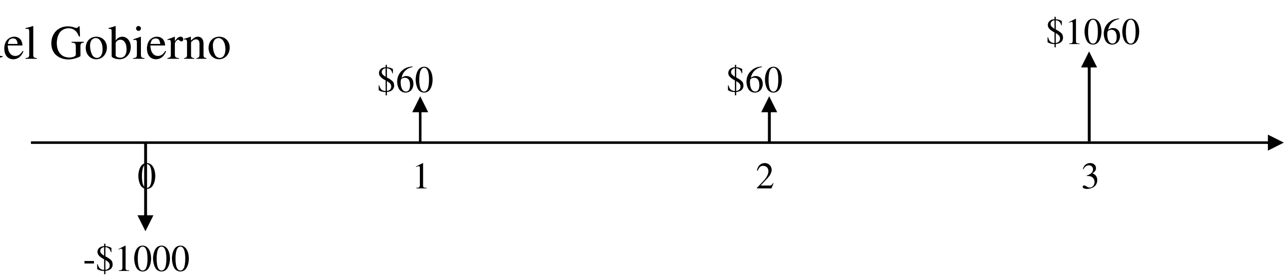
$$\boxed{F = P * (1+i)^n}$$

Valor Futuro
("Capitalizar")

- ¿Qué ocurre si tengo varios flujos futuros?: Necesitamos tener una métrica única para comparar el valor de los activos.
- El concepto de valor presente neto aparece como una respuesta a esta necesidad.
- Ejemplo:Usted enfrenta dos alternativas:
  - Proyecto inmobiliario (supongamos libre de riesgo)



Bonos del Gobierno



- Para poder comparar las dos alternativas de inversión debemos resumir ambos flujos de caja a un sólo valor.
- Si definimos valor presente neto igual a:

$$VPN = \sum_{t=0}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

Podemos calcular el valor presente de ambos flujos suponiendo una tasa de descuento anual igual a 6%.

VPN@6% (proyecto inmobiliario) = $64

VPN@6% (bono del gobierno) = $0

Es decir, preferiríamos el proyecto inmobiliario frente a invertir en bonos del gobierno.

VALOR PRESENTE Y FUTURO

- VALOR PRESENTE = FD * VALOR FUTURO
- FD = 1 / (1 + r) (Factor de Descuento)
- FD es menor que 1
- FD = Tasa de rentabilidad

- r = rentabilidad exigida por el inversionista por un pago aplazado.

- Valor Presente = Valor Futuro actualizado por la tasa de rentabilidad exigida.

VALOR PRESENTE Y FUTURO

- Las empresas invierten en distintos activos reales
- Activos pueden ser de diferentes tipos:
  - Activos tangibles o físicos (maquinaria, edificios)
  - Activos intangibles (contratos de gestión, Patentes)
  - Activos financieros (acciones, bonos)
- Objetivo de la decisión de inversión es encontrar activos cuyo valor supere su costo.
- Dado lo anterior surge la necesidad de valorar adecuadamente los activos.
- Si existe un buen mercado para un activo el valor será exactamente su precio de mercado.

VALOR PRESENTE Y FUTURO

- Supongamos invierto hoy $ 350.000 y que esa inversión al cabo de un año la podré vender en $ 400.000.
- La pregunta a resolver es si esos $ 400.000 dentro de un año son mayores que los $ 350.000 que he invertido hoy.

- PRIMER PRINCIPIO FINANCIERO:
  - **"Un dólar hoy vale más que un dólar mañana bajo la premisa de que hoy puedo invertir ese dólar para generar intereses".**
- De acuerdo a lo anterior los $ 400.000 dentro de un año son menos de $ 400.000 hoy.

VALOR PRESENTE Y FUTURO

- r = Tasa de descuento

  Tasa mínima

  Costo de oportunidad del capital

- Costo de oportunidad: Rentabilidad a la que se renuncia al invertir en un proyecto.

- SEGUNDO PRINCIPIO FINANCIERO:
  - "Un dólar seguro vale más que uno con riesgo"

VALOR PRESENTE Y FUTURO

- No todas las inversiones tienen el mismo riesgo.
- Ejemplos:
  - Bonos del tesoro
  - Construcción de oficinas
  - Perforación de un pozo de petróleo
- En principio a mayor riesgo mayor es la rentabilidad exigida
- Más adelante se discutirá el problema del riesgo y como éste afecta el valor de los activos.

VALOR PRESENTE Y FUTURO

- **<u>COSTO DE OPORTUNIDAD DEL CAPITAL</u> DE UN PROYECTO DE INVERSIÓN ES LA TASA ESPERADA DE RENTABILIDAD DEMANDADA POR LOS INVERSIONISTAS EN ACTIVOS SUJETOS AL MISMO RIESGO DEL PROYECTO.**

COSTO DE OPORTUNIDAD

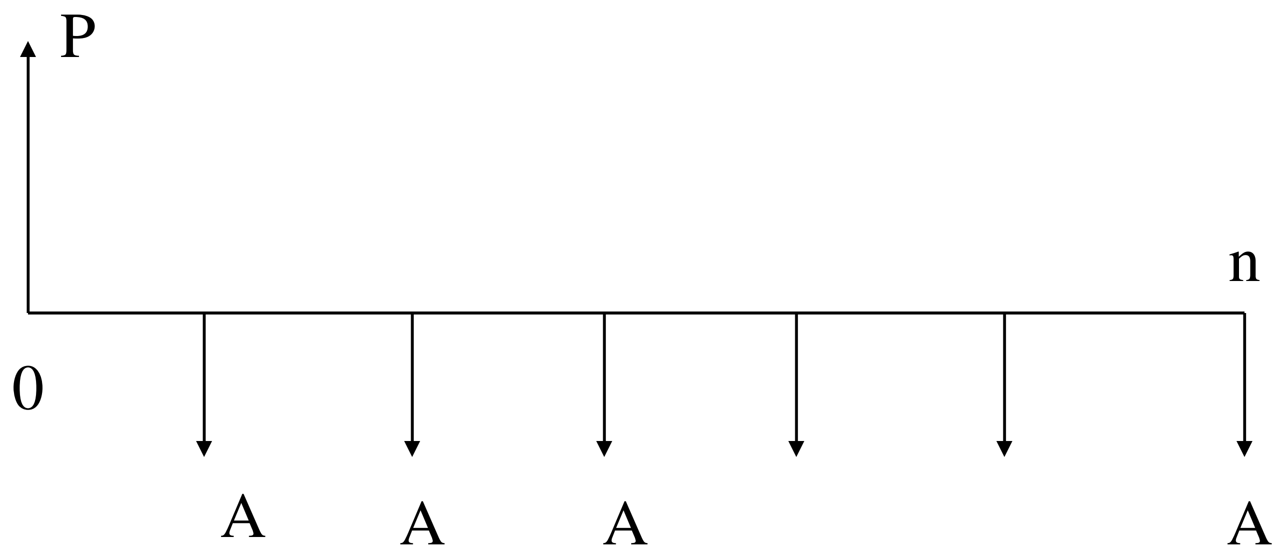
⌘ FUENTES HABITUALES DE CONFUSIÓN

- Reconociendo variación en los flujos se descuenta a la tasa libre de riesgo.

- Asumir que la tasa de descuento es equivalente a la tasa a la cual puedo endeudarme.

MATEMATICAS FINANCIERAS

- Anualidades con cuotas iguales



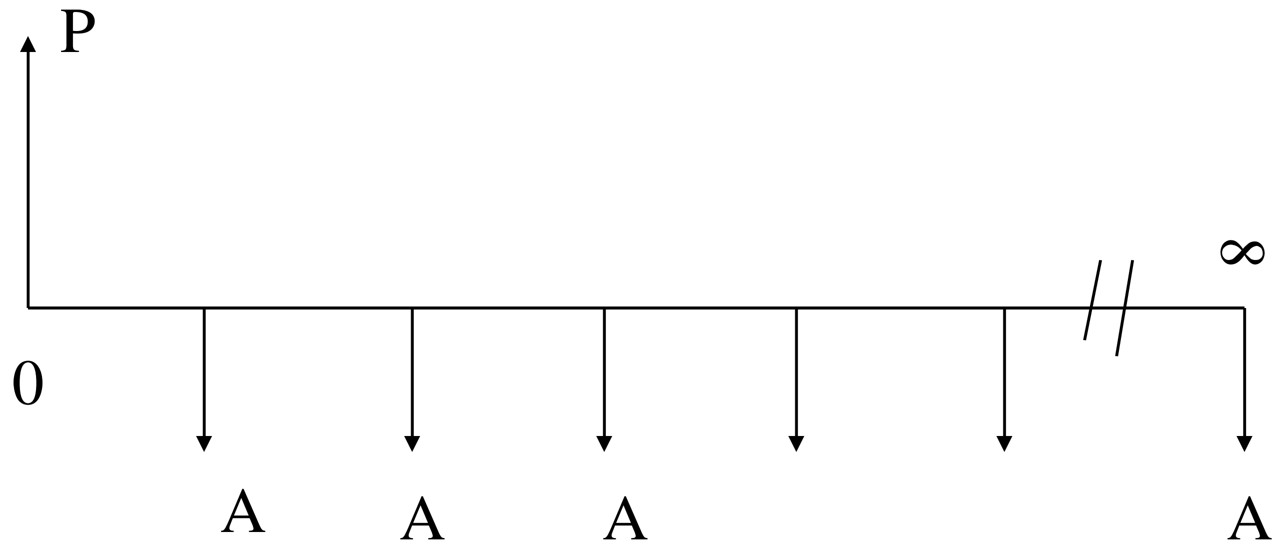
$$P = A * [\{(1+i)^n-1\}/\{i*(1+i)^n\}]$$

$$A = P * [\{i*(1+i)^n\}/\{(1+i)^n-1\}]$$

Factor de Rec.
del Capital

MATEMATICAS FINANCIERAS

⌘Perpetuidades



$$P = A / i$$

$$A = P * i$$