

## Auxiliar 9

P1. Suponga que en el lejano país de Sipanga existe una sola empresa productora de cerveza, Chela. La cervecera Pilsener está pensando entrar a competir al mercado. Si Chela opera sola en el mercado, la demanda que enfrenta es  $Q = 4 - P$ . Por el contrario, si las dos firmas están en el mercado, como los productos son sustitutos (no perfectos, ¿Por qué se puede asegurar esto?), la demanda por el producto de las firmas es  $q_i = \frac{1 + p_j - p_i}{2}$  con  $i, j = \{CH, P\}$ ; e  $i \neq j$ . Suponemos que los costos de operación son cero. Suponga que existe un costo fijo  $F$  por entrar al mercado, pero que Chela ya lo incurrió.

a) Suponga que las dos firmas compiten por precios en el mercado. Encuentre los precios de equilibrio, las cantidades vendidas y las utilidades de cada una. Encuentre el valor de  $F$  que bloquea la entrada de Pilsener.

b) Como alternativa, Chela puede prevenir la entrada de Pilsener bajando los precios. Como usted sabe, la magnitud de la reducción en precios necesaria para prevenir la entrada depende de  $F$ . Encuentre esta relación y determine el valor de  $F$  tal que es preferible acomodar la entrada (déjelo expresado si lo desea). Use esta información para bosquejar (sin hacer cálculos) las utilidades de Chela como función de  $F$ .

**Sol:**

$$\text{a) } \pi_{CH} = \left( \frac{1 + p_P - p_{CH}}{2} \right) p_{CH} \rightarrow \text{CPO: } \frac{1 + p_P - p_{CH}}{2} - \frac{p_{CH}}{2} = 0$$

$$\Rightarrow p_{CH} = \frac{1 + p_P}{2} \quad (1)$$

Y de la misma manera, resolvemos para Pilsener, con lo que se tiene:

$$\pi_P = \left( \frac{1 + p_{CH} - p_P}{2} \right) p_P - F \rightarrow \text{CPO: } \frac{1 + p_{CH} - p_P}{2} - \frac{p_P}{2} = 0$$

$$\Rightarrow p_P = \frac{1 + p_{CH}}{2} \quad (2)$$

$$\text{N. Equilibrium: } (2) \text{ en } (1) \Rightarrow 2p_{CH} = 1 + \frac{1 + p_{CH}}{2} \Rightarrow p_{CH} = 1 = p_P$$

$$\Rightarrow q_{CH} = \frac{1}{2} = q_P \quad \Rightarrow \pi_{CH} = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \pi_p = \frac{1}{2} - F$$

Y la condición para entrada bloqueada:  $\pi_p < 0 \Rightarrow F > \frac{1}{2}$ .

$$\begin{aligned} \text{b) Reacción de Pilsener: } p_p = \frac{1+p_{CH}}{2} &\Rightarrow \pi_p = \left(\frac{1+p_{CH}}{2}\right) \left(\frac{1+p_{CH}-p_p}{2}\right) - F \\ &= \left(\frac{1+p_{CH}}{2}\right) \left(\frac{1+p_{CH}}{2} - \frac{(1+p_{CH})}{4}\right) - F \\ &= \left(\frac{1+p_{CH}}{2}\right) \left(\frac{1+p_{CH}}{4}\right) - F \end{aligned}$$

Usando la condición de prevención de entrada:  $\pi_p < 0$  (dado F fijo y con  $p_{CH}$  como variable)

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \frac{(1+p_{CH})^2}{8} - F < 0 \\ &\Rightarrow p_{CH} < \sqrt{8F} - 1 \end{aligned}$$

Luego, asumiendo que elige un precio un  $\varepsilon$  (que tiende a cero) menor que  $\sqrt{8F} - 1$ , entonces podemos aproximar  $p_{CH} \approx \sqrt{8F} - 1$

- $\pi_{CH}^P = (\sqrt{8F} - 1)(4 - (\sqrt{8F} - 1))$ , utilidad de Chela con prevención, usando la función de demanda que enfrenta cuando opera sólo, como monopolio.
- $\pi_{CH}^A = \frac{1}{2}$ , utilidad de Chela acomodando, es decir, con competencia en precios.

Luego, para que convenga acomodarse:  $\pi_{CH}^P < \pi_{CH}^A$

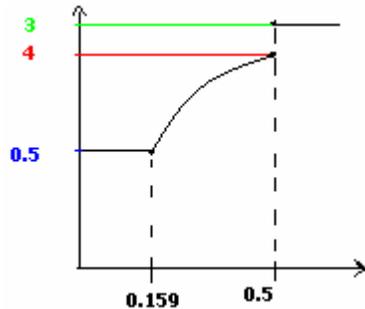
$\Rightarrow (\sqrt{8F} - 1)(4 - (\sqrt{8F} - 1)) < \frac{1}{2}$  resolviendo esta inecuación cuadrática (se recomienda tomar  $x = \sqrt{8F}$ , resolver para  $x$ , y luego despejar los intervalos correspondientes para  $F$ )

$$\Rightarrow F < 0,159 \quad \vee \quad F > 2,9656$$

La segunda alternativa cae dentro del espacio que, como vimos en la parte (a), bloquea la entrada, por lo tanto, no es coherente dentro del problema que estamos resolviendo (buscamos que convenga acomodarse la entrada). Luego, la primera desigualdad determina los F para los que conviene acomodarse:

$$0 < F < 0,159$$

Luego, en ese intervalo obtiene utilidades de acomodo (0.5), entre 0,159 y 0,5 obtiene utilidades de prevención (en función de F) según la forma de dicha función mostrada arriba y para F's sobre 0,5 obtiene utilidades de monopolio (propuesto verificar que son iguales a 4). Con esto, el gráfico de las utilidades de Chela en función de F queda:



P2. Considere el caso del mercado naviero en San Antonio, en el que hay  $n$  compañías navieras que compiten en cantidades (Cournot). Suponga que hay barreras a la entrada que no permiten la libre entrada al mercado. La demanda por transporte de carga es  $p = a - Q$ , donde  $Q = \sum_i q_i$  es la cantidad

de carga transportada y  $a > 0$  es un parámetro. Suponga que el Estado concesiona el puerto a un privado. El puerto se otorga a la firma que solicita la menor tarifa  $w$  (cobro a las navieras por unidad de carga), con lo que la competencia por el puerto hace que  $w = 0$ . Este privado es también dueño de una de las navieras (aquella con  $i = 1$ ). Suponga que el concesionario puede entregar una peor calidad de servicio a la competencia, lo que es equivalente a imponer un costo  $r > 0$  a las firmas ( $i \neq 1$ ). Demuestre que el concesionario ofrecerá una calidad de servicio que eliminará la competencia. Para esto:

a) Encuentre las condiciones de primer orden de la firma integrada (respecto a cantidades y servicios) y las CPO de las otras firmas.

b) Calcule el efecto de un peor servicio sobre la cantidad total vendida. Para esto, determine  $\frac{dq_1}{dr}$  (a partir de la CPO respecto a cantidades) y  $\frac{dQ}{dr}$  (a partir de sumar las CPO de todas las firmas con respecto a cantidades vendidas).

c) Utilice estos resultados para examinar el efecto de una caída en la calidad de servicio sobre las utilidades del concesionario  $\frac{d\pi_1}{dr}$ . ¿Qué conclusiones de política se obtienen?

**Sol:**

a) La firma 1 maximiza  $\pi_1$  compitiendo a lo Cournot. Toma como dadas las  $q_j$  de las otras firmas:

$$\Rightarrow \pi_1 = (a - Q)q_1 = (a - Q_{-1} - q_1)q_1$$

$$\frac{d\pi_1}{dq_1} = 0 \Rightarrow q_1 = \frac{a - Q_{-1}}{2}$$

Y por la forma de los costos, asumimos simetría para las  $n-1$  otras firmas:

$$\Rightarrow Q_{-1} = (n-1)q$$

$$(j \neq i): \pi_j = (p - r)q_j = (a - Q_{-1-j} - q_1 - q_j - r)q_j$$

$$\frac{d\pi_j}{dq_j} = 0 \Rightarrow a - Q_{-1-j} - 2q_j - r = 0$$

Pero, por simetría:  $a - (n - 2)q - q_1 - r = 2q$

$$\Rightarrow q = \frac{a - q_1 - r}{n}$$

b) Con las curvas de reacción:

$$Q_{-1} = (n - 1)q = \left(\frac{n - 1}{n}\right)(a - q_1 - r)$$

Reemplazando en  $q_1$ :  $2q_1 = a - \left(\frac{n - 1}{n}\right)(a - q_1 - r)$

$$\Rightarrow q_1 = \frac{a + (n - 1)r}{(n + 1)}$$

$$\Rightarrow \frac{dq_1}{dr} = \frac{n - 1}{n + 1} > 0 \Rightarrow [\uparrow r \Rightarrow \uparrow q_1]$$

Ahora, como  $Q = Q_{-1} + q_1$

De la CPO de 1:  $2q_1 = a - Q_{-1}$   
 $\Rightarrow Q_{-1} + q_1 = Q = a - q_1$

Luego, reemplazando el  $q_1$  recién calculado queda:  $Q = \frac{na - (n - 1)r}{(n + 1)}$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{dr} = \frac{-(n - 1)}{(n + 1)} \Rightarrow [\uparrow r \Rightarrow \downarrow Q]$$

Es decir, vemos que el aumento en  $q_1$  ante una baja de la calidad del servicio es menor a toda la disminución en las cantidades que llevan las otras firmas antes esa disminución, tanto así que en el total terminan llevando en conjunto menos cargas.

c)  $\pi_1 = (a - Q)q_1 \rightarrow \frac{d\pi_1}{dr} = (a - Q)\frac{dq_1}{dr} - \frac{dQ}{dr}q_1 > 0$

Es decir, la firma 1 (dueña del puerto), empeorará el servicio (mejora sus utilidades) hasta sacar a todas las otras firmas del mercado, quedándose con un monopolio. Por lo tanto, la conclusión es que las navieras no deben participar de licitaciones de puertos, porque usarán la empresa portuaria para generar un monopolio en el transporte de cargas.

P3. Suponga que el mercado de tiendas de departamentos en Chile está fuertemente marcado por el avisaje. Suponga que las utilidades en ese mercado vienen dadas por:

$$\pi_i = (p - c)S \left[ \frac{A_i^2}{\sum_{j=1}^n (A_j^2)} \right] - A_i - \sigma$$

donde  $p$  es el precio,  $c$  es el costo marginal constante,  $S$  es el tamaño total del mercado,  $A_i$  es el gasto en publicidad de la firma  $i$  y  $\sigma$  es un costo fijo de entrar al mercado.

- a) Suponiendo simetría, encuentre la inversión publicitaria de las firmas, dado el número de firmas  $n$ .  
 b) Utilice la condición de libre entrada para demostrar que el máximo número de firmas en el mercado es  $n = 2$ . Explique por qué a pesar que el tamaño del mercado aumenta, el número de firmas no sobrepasa un valor finito.

**Sol:**

a) Primero derivamos: 
$$\frac{d\pi_i}{dA_i} = (p - c)S \frac{(2A_i \sum_{j=1}^n A_j^2 - 2A_i A_i^2)}{(\sum_{j=1}^n A_j^2)^2} - 1 = 0$$

Imponemos simetría:  $A_i = A \quad \forall i$

$$\Rightarrow \frac{(p - c)S(2A \cdot nA^2 - 2A \cdot A^2)}{n^2 A^4} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow A = \frac{(p - c)S \cdot 2(n - 1)}{n^2} \quad (*)$$

b) La condición de libre entrada es:  $\pi_i = 0$

Entonces con (\*) y la condición de libre entrada tenemos:

$$(p - c)S \left[ \frac{A^2}{nA^2} \right] - \frac{(p - c)S \cdot 2(n - 1)}{n^2} - \sigma = 0$$

$$\Rightarrow (p - c)S \left[ \frac{1}{n} - \frac{2(n - 1)}{n^2} \right] - \sigma = 0 \quad \Rightarrow \frac{1}{n} - \frac{2(n - 1)}{n^2} = \frac{\sigma}{(p - c)S}$$

El caso en que el número de firmas pueda ser mayor es cuando el mercado sea lo más grande posible, es decir hacemos tender  $S$  a infinito, luego:

$$\frac{1}{n} - \frac{2(n - 1)}{n^2} = 0 \Rightarrow n = 2$$

La explicación es que cuando aumenta  $S$ , aumenta el gasto en publicidad de cada firma, dado que los beneficios que se sacan de ella son relativos a la suma de los cuadrados de los gastos en publicidad de todas las firmas. Esto llevará a que los gastos en publicidad tiendan a ser muy altos, dificultando que un número mayor a dos empresas pueda subsistir (equilibrio).