

AUXILIAR 6 - IN51A

Otoño 2008

Profesores : N.Figueroa, R.Fisher
Auxiliares : J.Catepillán, J.Vásquez, D.Vega

Problema 1 Un monopolista debe servir a dos mercados (integrados por consumidores homogéneos) cuyas preferencias están dadas por: $D_1(p) = 4 - p$ y $D_2(p) = 3 - p$. El costo marginal de producción es cero. Este monopolista tiene especial predicción por las tarifas de dos partes, por lo que su política de precio siempre tiene la forma $T(q) = A - pq$

1. Suponga que el monopolista cuenta con la información necesaria para discriminar en forma perfecta en cada uno de los mercados. Calcule los valores A_i y p_i , $i = 1, 2$ que cobraría en cada mercado. Calcule el excedente de los consumidores.
2. Suponga ahora que el monopolista no es capaz de distinguir entre ambos mercados; sólo sabe que la mitad de la población pertenece al mercado $i = 1, 2$. Además, está prohibido ofrecer menú de precios, por lo que debe cobrar el mismo cargo (A) y el mismo precio (p) por unidad a TODOS los consumidores.
 - a) Plantee el problema que resuelve el monopolista para definir el cargo fijo A y el precio p que cobrará. ¿Qué restricciones son activas y por qué?
 - b) Encuentre el cargo fijo A y el precio p por unidad que fija el monopolista. ¿Cuánto se consume en cada mercado? Compare el excedente de los consumidores en cada mercado con el que obtienen en el caso de discriminación perfecta.
3. Suponga ahora que el monopolista es autorizado a cobrar un menú de precios $T_i(q) = A_i + p_i q$
 - a) Plantee el problema que resuelve el monopolista.
 - b) Sin resolver matemáticamente: Compare el cargo fijo (A_1, A_2) , el precio por unidad diseñado para cada tipo de mercado (p_1, p_2) y el bienestar social del caso en que el monopolista puede cobrar un menú de precios con el caso de discriminación perfecta. Explique.
 - c) Encuentre el menú de precios que escoge el monopolista.

Problema 2 En un lejano país existe un monopolio de la telefonía local: CTCENTEL (C). Esta única firma atiende un mercado en el que existen dos tipos de consumidores: los “habladores” (H) y los “silenciosos” (S). La demanda que enfrenta el monopolio en estos dos mercados es $q_H = a - p$ y $q_S = 1 - p$ con $a > 1$. La tecnología de telecomunicaciones tiene costo marginal cero. El problema, desde el punto de vista de la empresa, es que no es capaz de distinguir si un cliente determinado es H o S . Lo único que sabe es que la probabilidad que un cliente sea tipo H es λ .

1. Suponga que puede cobrar un cargo fijo y un precio por uso. Si CTCENTEL decide atacar solamente el mercado de los habladores, cuál es su utilidad?

2. Suponga ahora que CTCENTEL decide atacar ambos segmentos de mercado, cuál es su utilidad? ¿Cómo cambia la utilidad si λ aumenta (disminuye)? Haga la estática comparativa.
3. Describa las condiciones que harían que CTCENTEL prefiera olvidarse de servir a los silenciosos cuando $a = 2$.
4. Suponga que CTCENTEL decide discriminar por autoselección entre sus clientes. Escriba el problema que debe resolver CTCENTEL, indicando las restricciones de participación y de autoselección.
5. Resuelva el problema y encuentre los menús óptimos.

Problema 3 Una empresa ofrece dos planes de servicio para sus clientes, los que consisten en un monto fijo F y un precio P por unidad. Esta empresa se enfrenta a dos mercados distintos con las siguientes funciones de demanda: (1) $Q = 100 - P$; (2) $Q = 80 - P$. Supondremos que ofrecer el servicio a cualquier mercado tiene un costo de cero.

1. Si usted puede separar a clientes de cada mercado. ¿Cuál sería la tarifa fija F y cuál la tarifa por unidad P , para cada tipo de cliente? ¿Cuánto sería el beneficio de la empresa?
2. Suponga que no puede separar a los clientes y la tarifa fija F está restringida a cero. ¿Cuál sería la tarifa P que cobraría? ¿Cuánto sería el beneficio de la empresa?
3. Suponga ahora que cobra una tarifa en dos partes, es decir, F y P , pero sin diferenciar al tipo de cliente, sino que para todos lo mismo. ¿Cuál sería la tarifa fija F y cuál la tarifa por segundo P ? ¿Cuánto sería el beneficio de la empresa?
4. ¿De que forma la tarifa en dos partes le permite discriminar?
5. ¿Qué restricciones enfrenta al maximizar beneficios esta empresa?

SOLUCIÓN AUXILIAR 6

Problema 1 1. Como el monopolio posee información completa, para cada tipo de demanda escogerá los valores de la cuota y el precio que maximizen su utilidad. Para el mercado 1, el monopolista resuelve:

$$\max_{A_1, p_1} A_1 + p_1(4 - p_1)$$

sujeto a

$$\frac{(4 - p_1)^2}{2} - A_1 \geq 0 \quad (\text{PV})$$

Suponemos que la utilidad del consumidor de no participar es cero.

Obs: El excedente del consumidor, mide el beneficio o utilidad neta que le reporta al consumidor pagar un precio p o consumir q unidades del bien (a precio p).

Sabemos que la restricción se cumple con igualdad en el óptimo (el monopolista extrae absolutamente todo el excedente, no tiene sentido dejarle excedente mayor que cero al consumidor). Dado esto, se resuelve:

$$\max_{p_1} \frac{(4 - p_1)^2}{2} + p_1(4 - p_1)$$

Las condiciones de primer orden implican

$$\begin{aligned} p_1 &= 0 \\ A_1 &= 8 \end{aligned}$$

Para el mercado 2 el monopolista resuelve:

$$\max_{A_2, p_2} A_2 + p_2(3 - p_2)$$

sujeto a

$$\frac{(3 - p_2)^2}{2} - A_2 \geq 0 \quad (\text{PV})$$

Que es equivalente a resolver,

$$\max_{p_2} \frac{(3 - p_2)^2}{2} + p_2(3 - p_2)$$

Las condiciones de primer orden implican

$$\begin{aligned} p_2 &= 0 \\ A_2 &= 9/2 \end{aligned}$$

Notar que en ambos casos el monopolista cobra el costo marginal. El excedente de los consumidores en ambos casos es cero.

2. a) En este caso hay información incompleta, el monopolista no conoce de que mercado es cada cliente, y además está obligado a satisfacer a todos los consumidores¹ por ende tiene que escoger una cuota y un precio tal que los dos segmentos quieran participar. El monopolista resuelve:

$$\max_{A,p} \frac{1}{2}(A + p(4 - p)) + \frac{1}{2}(A + p(3 - p))$$

sujeto a

$$\frac{(4 - p)^2}{2} - A \geq 0 \quad (\text{PV1})$$

$$\frac{(3 - p)^2}{2} - A \geq 0 \quad (\text{PV2})$$

Claramente (PV2) $\Rightarrow$ (PV1). La intuición es que el monopolio extraerá todo el excedente al consumidor de menor demanda, pues quiere servir a ambos mercados. Por esto, está obligado a dejarle excedente positivo al los consumidores de alta demanda, cumpliéndose (PV1) con holgura y (PV2) con igualdad.

- b) El problema anterior se traduce en

$$\max_p \frac{1}{2} \left(\frac{(3 - p)^2}{2} + p(4 - p) \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{(3 - p)^2}{2} + p(3 - p) \right)$$

Las condiciones de primer orden implican

$$p = 1/2$$

$$A = 25/8$$

Reemplazamos el precio en las demandas y encontramos lo que se consume en cada mercado:

$$D_1(1/2) = q_1 = 7/2$$

$$D_2(1/2) = q_2 = 5/2$$

El excedente en el mercado 2 es, como se dijo antes, igual a cero. En el caso del mercado 1, el excedente queda:

$$EC_1 = \frac{(4 - \frac{1}{2})^2}{2} - \frac{25}{8} = 3$$

Así se tiene que el excedente para el mercado 2 es igual al caso de discriminación perfecta, mientras que para el mercado 1 el excedente es mayor en este caso. Esto es así porque el monopolista no puede discriminar entre ambos mercados, lo que obliga a dejar una renta al consumidor de mayor demanda si es que también quiere servir al de menor demanda.

3. a) El monopolista tiene que encontrar el menú de precios tal que ambos tipos de clientes quieran participar, y además no les convenga hacerse pasar por un tipo de cliente que no es el suyo (es decir, que digan la verdad). El monopolista resuelve:

¹eventualmente podría no hacerlo, es decir, comparar que le reporta mayor ganancias, satisfacer a un tipo de cliente o a ambos.

$$\max_{A_1, A_2, p_1, p_2} \frac{1}{2}(A_1 + p_1(4 - p_1)) + \frac{1}{2}(A_2 + p_2(3 - p_2))$$

sujeto a

$$\frac{(4 - p_1)^2}{2} - A_1 \geq 0 \quad (\text{PV1})$$

$$\frac{(3 - p_2)^2}{2} - A_2 \geq 0 \quad (\text{PV2})$$

$$\frac{(4 - p_1)^2}{2} - A_1 \geq \frac{(4 - p_2)^2}{2} - A_2 \quad (\text{CI1})$$

$$\frac{(3 - p_2)^2}{2} - A_2 \geq \frac{(3 - p_1)^2}{2} - A_1 \quad (\text{CI2})$$

Al igual que en el caso anterior, la segunda restricción de participación es activa, y la primera se cumple con holgura. En cuanto a las restricciones de compatibilidad de incentivos, la primera es activa, ya que impone que el consumidor de demanda alta no se haga pasar por consumidor de demanda baja.

- b) El **precio** para el mercado 1 es el precio eficiente, es decir, el precio igual al costo marginal y por lo tanto es igual a cero. La restricción de compatibilidad de incentivos del consumidor de menor demanda (CI2) no es activa y por lo tanto no es necesario distorsionar la canasta del consumidor de mayor demanda.

En el caso del consumidor de menor demanda, el precio es mayor al costo marginal y por lo tanto mayor que en el caso cuando hay discriminación perfecta. La intuición es exactamente la misma que en el caso anterior: dado que la restricción de (CI1) es activa, mientras mejor es la canasta que recibe el consumidor tipo 2 mayor es la renta que hay que darle al consumidor tipo 1 para que no tenga incentivos a hacerse pasar por el otro tipo, luego el monopolista empeora la canasta del consumidor tipo 2 aumentando el precio que le cobra por unidad.

El **cargo fijo** del consumidor de mayor demanda es menor al del caso con discriminación perfecta, pues producto de la no observabilidad de los tipos, es necesario dejarle una renta. Sin embargo, el cargo fijo que se le cobra al consumidor del mercado 2 es menor que cuando hay discriminación perfecta. Esto es así pues aún cuando su restricción de participación es activa (y por lo tanto, su excedente sigue siendo cero), el precio por unidad es mayor que el costo marginal y por lo tanto el máximo cargo fijo que se le puede cobrar es menor.

El **bienestar social** disminuye, pues mientras el monopolista es capaz de discriminar, el consumo es eficiente (sólo hay transferencias del excedente del consumidor al productor, pero no hay pérdida de bienestar en ello). En el segundo caso, cuando el monopolista puede cobrar un menú de precios, si bien el consumo del grupo de mayor demanda es eficiente, no sucede lo mismo con el consumo del grupo de menor demanda. Dado que a ese grupo se le cobra un precio mayor al costo marginal resulta que su consumo es menor que lo socialmente eficiente ocasionando una disminución en el bienestar social.

- c) Se resuelve

$$\max_{A_1, A_2, p_1, p_2} \frac{1}{2}(A_1 + p_1(4 - p_1)) + \frac{1}{2}(A_2 + p_2(3 - p_2))$$

sujeto a

$$\frac{(3 - p_2)^2}{2} - A_2 = 0 \quad (\text{PV2})$$

$$\frac{(4 - p_1)^2}{2} - A_1 = \frac{(4 - p_2)^2}{2} - A_2 \quad (\text{CI1})$$

Las condiciones de Kuhn Tucker implican que:

$$p_1 = 0$$

$$p_2 = 1$$

$$A_1 = 6$$

$$A_2 = 2$$

Problema 2 1. CTCENTEL resuelve

$$\max_{A, p} \lambda(A + p(a - p))$$

sujeto a

$$\frac{(a - p)^2}{2} \geq A$$

Lo que es equivalente a resolver,

$$\max_p \lambda\left(\frac{(a - p)^2}{2} + p(a - p)\right)$$

Las condiciones de primer orden implican:

$$p = 0$$

$$A = \frac{a^2}{2}$$

2. El monopolista resuelve

$$\max_{A, p} \lambda(A + p(a - p)) + (1 - \lambda)(A + p(1 - p))$$

sujeto a

$$\frac{(a - p)^2}{2} \geq A \quad (\text{PV1})$$

$$\frac{(1 - p)^2}{2} \geq A \quad (\text{PV2})$$

Obs: (PV2) $\Rightarrow$ (PV1). Se resuelve

$$\max_p \lambda p(a - p) + (1 - \lambda)p(1 - p) + \frac{(1 - p)^2}{2}$$

Las condiciones de primer orden implican:

$$\begin{aligned} p &= \lambda(a-1) \\ A &= \frac{(1-\lambda a + \lambda)^2}{2} \end{aligned}$$

Luego las cantidades consumidas por cada tipo de cliente son:

$$\begin{aligned} q_H &= a - \lambda a + \lambda \\ q_S &= 1 - \lambda a + \lambda \end{aligned}$$

Por lo tanto, la utilidad del monopolio es:

$$\pi_H = A + p(q_H + q_S)$$

reemplazando obtenemos que

$$\pi_H = \lambda(a-1) + \frac{(1-\lambda a + \lambda)^2}{2}$$

Para ver la estática comparativa, vemos como cambia la utilidad del monopolio antes un aumento en la probabilidad que el cliente sea tipo H

$$\frac{\partial \pi}{\partial \lambda} = (a-1)^2 \lambda > 0$$

Por lo tanto si el monopolio tiene que abastecer a los dos tipos de clientes, él siempre preferirá que haya más clientes tipo H , lo cual es correcto con nuestra intuición.

3. Sea $\pi^{(1)}$ la utilidad que obtiene el monopolio cuando sirve solo a clientes H , y $\pi^{(2)}$ cuando sirve a ambos. Cuando $a = 2$,

$$\begin{aligned} \pi^{(1)} &= 2\lambda \\ \pi^{(2)} &= \lambda + \frac{(1-\lambda)^2}{2} \end{aligned}$$

Buscamos los valores de λ tal que $\pi^{(1)} \geq \pi^{(2)}$. Los cuales se dan $\forall \lambda \in [\lambda^*, 1]$ con $\lambda^* = 2 - \sqrt{3}$

4. CTCENTEL puede ahora escoger un menú de precios p_H, p_S, A_H, A_S . El monopolio resuelve

$$\max_{A_H, A_S, p_H, p_S} \lambda(A_H + p_H(a - p_H)) + (1-\lambda)(A_S + p_S(1 - p_S))$$

sujeto a

$$\frac{(a - p_H)^2}{2} - A_H \geq 0 \quad (\text{PV1})$$

$$\frac{(1 - p_S)^2}{2} - A_S \geq 0 \quad (\text{PV2})$$

$$\frac{(a - p_H)^2}{2} - A_H \geq \frac{(a - p_S)^2}{2} - A_S \quad (\text{CI1})$$

$$\frac{(1 - p_S)^2}{2} - A_S \geq \frac{(1 - p_H)^2}{2} - A_H \quad (\text{CI2})$$

Al igual que en el problema 1, (PV2) y (CI1) son activas. La justificación es análoga.

5. El problema se reduce a

$$\max_{A_H, A_S, p_H, p_S} \lambda(A_H + p_H(a - p_H)) + (1 - \lambda)(A_S + p_S(1 - p_S))$$

$$\frac{(1 - p_S)^2}{2} - A_S = 0 \quad (\text{PV2})$$

$$\frac{(a - p_H)^2}{2} - A_H = \frac{(a - p_S)^2}{2} - A_S \quad (\text{CI1})$$

Las condiciones de Kuhn Tucker implican que:

$$\begin{aligned} p_H &= 0 \\ p_S &= \left(\frac{\lambda}{1 - \lambda}\right)(a - 1) \end{aligned}$$

Reemplazar en las restricciones y obtener A_S y A_H

Problema 3 Propuesto, exactamente lo mismo e incluso más simple que en las partes anteriores.