

AUXILIAR 3 - IN51A

Otoño 2007

Profesores : N.Figueroa, R.Fisher
Auxiliares : J.Catepillán, J.Vásquez, D.Vega

Problema 1 Suponga que en el mercado de autos usados, se venden dos tipos de autos: las joyitas y los cachos. Además suponga que el número de autos cacho duplica el número de joyitas. El valor que un consumidor le asigna a una joyita, cuando está seguro de que es una joyita, es de \$3000, mientras que un vendedor, en la misma situación, lo valora en sólo \$2500. En cambio, un consumidor valora sólo en \$2000 un auto que sabe que es un cacho mientras que el vendedor lo valora en \$1000.

Suponga además que la oferta de autos usados (cachos y joyitas) es fija, mientras que hay infinitos compradores.

- ¿En qué rango de precios se venden las joyitas y los autos cacho si hay información perfecta?
- ¿A qué precio se venden los autos si ni el comprador ni el vendedor conocen el “tipo del auto?”. Suponga que ambos agentes son neutros frente al riesgo.
- Suponga que los compradores no son capaces de diferenciar las “joyitas de los autos cacho, pero que el vendedor sí conoce el “tipo del auto. ¿A qué precio se venden los autos? ¿Cuántas joyitas se venden?
- Suponga ahora que el número de joyitas en el mercado duplica al número de autos cacho. ¿A qué precio se venden los autos? ¿Cuántas joyitas se venden? Asuma que sigue existiendo información incompleta.

Problema 2 Pedro es averso al riesgo. Su riqueza (w) comprende dos tipos de activos: un depósito que tiene en el Banco por \$100 y su casa que vale \$300. Pedro sabe que si no toma ninguna medida de precaución $e = 0$, hay una probabilidad de $\frac{1}{2}$ de que su casa se incendie en cuyo caso el valor de su casa se reduce a cero. Sin embargo si toma algunas medidas que implican ejercer un esfuerzo $e = 0,3$, la probabilidad de incendio se reduce a $\frac{1}{5}$.

Suponga que la función de utilidad de Pedro está dada por $U = \sqrt{w} - e$.

- Si Pedro sólo puede ejercer $e = 0$ o $e = 0,3$. ¿Cuál es el nivel de esfuerzo que ejerce Pedro?
- Suponga que Pedro está considerando comprar un seguro de incendio. El agente de seguros le explica que la Compañía vende los seguros a un precio a . El contrato de seguro es tal que si la casa de Pedro se incendia, la Compañía de Seguros le paga el valor de la casa menos un deducible de \$D. Es decir, en caso de incendio, la Compañía no le devuelve a Pedro el valor de la casa sino \$300-D. El vendedor le explica a Pedro que la compañía se ha visto en la necesidad de incluir un deducible en la póliza de seguros porque de otro

modo, los asegurados no toman ninguna medida para evitar los incendios. Además, la Compañía no puede incluir en el contrato la obligación de tomar algunas medidas para evitar incendios porque esto no es verificable.

b.1) Demuestre que si las Compañías de Seguro no incluyen un deducible, el asegurado no tiene incentivo a esforzarse en evitar un incendio.

b.2) ¿Qué tipo de problema es este? ¿De riesgo moral o selección adversa? ¿Quién es el principal y quién es el agente? ¿Cuál es la preocupación del principal?

b.3) Dado el valor de la prima a , ¿cuánto debiera ser el deducible para inducir al asegurado a ejercer un nivel de esfuerzo $e = 0.3$?

b.4) Plantee el problema que resuelve la Compañía de Seguros para determinar el valor de la prima y del deducible. No es necesario que lo resuelva.

b.5) En la vida real, la mayor parte de los contratos de seguro contemplan algún deducible, por lo que el consumidor nunca está completamente asegurado. ¿Es esto eficiente? ¿Se puede concluir que los consumidores estarían mejor si la ley prohibiera cobrar deducibles?

Problema 3 Suponga que un gerente quiere contratar a un trabajador, sin embargo hay aspectos relacionados al trabajador que el gerente desconoce. Él sabe que los trabajadores son neutros al riesgo, pero el trabajador puede ser de 2 tipos con respecto a la desutilidad: esta puede ser e^2 o $2e^2$. Es así como los trabajadores del segundo tipo (a quienes llamaremos malos) sufren una mayor desutilidad que los del primer tipo (llamados buenos). Por lo tanto, las funciones de utilidad para los diferentes tipos de trabajadores están dadas por: $U_B(w, e) = w - e^2$ y $U_M(w, e) = w - 2e^2$. La probabilidad de que un trabajador sea de tipo B es q . Ambos trabajadores tienen utilidad de reserva $U_0 = 0$. El gerente, que también es neutral al riesgo, valora el esfuerzo del trabajador a $\pi(e) = ke$, donde $k > 1$ es una constante independiente del tipo de trabajador.

a) Plantee y resuelva el problema del gerente si éste posee información perfecta sobre el tipo de trabajador.

b) Plantee el problema del gerente cuando existe el problema de selección adversa.

c) Resuelva el problema calculando el contrato óptimo y compare el caso de información simétrica y asimétrica.

d) Considere el caso que el gerente quisiera contratar sólo trabajadores de tipo B . Calcule el contrato óptimo para este caso. Compare el resultado obtenido con los obtenidos anteriormente.

SOLUCIÓN AUXILIAR 3

1. 2 tipos de autos: Cachos y Joyitas $\{c, j\}$.
 n_i : número de autos tipo i con $i \in \{c, j\}$.
 $n_c = 2n_j$

Cuadro 1: Valoraciones del comprador y vendedor

| | Joyita | Cacho |
|------------|--------|-------|
| Consumidor | 3000 | 2000 |
| Vendedor | 2500 | 1000 |

- a) Para que exista transacción: el precio que paga el vendedor tiene que ser menor o igual a su valoración. Por otro lado, el vendedor estará dispuesto a vender siempre y cuando el precio de venta se mayor que su valoración. Si llamamos $p(i)$ al precio de un auto tipo i , entonces:
 $p(j) \in [2500, 3000]$, $p(c) \in [1000, 2000]$.
- b) Ambos agente no pueden observar el tipo de auto que potencialmente van a transar. Además como ambos son neutros al riesgo, podemos escribir sus respectivas utilidades como sigue:
 $u_c = V_c - P_c$ para el consumidor, donde P_c : es el precio que está dispuesto a comprar, y V_c : es su valoración por el auto.
 $u_v = P_v - V_v$ para el vendedor, donde P_v : es el precio que está dispuesto vender, y V_v : es su valoración por el auto.
 Observemos que $\mathbb{P}(j) = \frac{n_j}{n_j+n_c} = \frac{1}{3}$, por ende $\mathbb{P}(c) = \frac{2}{3}$.
 El consumidor comprará a un precio P_c ssi $\mathbb{E}(u_c) \geq 0$, es decir,

$$3000 \frac{1}{3} + 2000 \frac{2}{3} \geq P_c \Leftrightarrow P_c \leq \frac{7000}{3} \simeq 2333 \quad (1)$$

El vendedor venderá ssi $\mathbb{E}(u_v) \geq 0$, es decir,

$$P_v \geq 2500 \frac{1}{3} + 1000 \frac{2}{3} \Leftrightarrow P_v \geq 1500 \quad (2)$$

Como lo discutimos en clases, al ser la oferta limitada y la cantidad de consumidores dispuestas a comprar es ∞ , entonces los vendedores tienen el poder de negociación.

Por lo tanto el vendedor extrae toda la renta la consumidor cobrándole su máxima disposición a pagar, $P = 2333$.

- c) Vendedores ahora conocen el tipo de auto (estamos en caso de información asimétrica, una de las partes posee más información que la otra).
 Por la parte anterior, sabemos que los consumidores entrarán al mercado ssi $P \leq 2333$. Los vendedores por otro lado, estarán dispuestos a vender un auto cacho ssi

$$u_v(c) = P - V_v \geq 0 \Leftrightarrow P \geq 2500 \quad (3)$$

y estará dispuesto a vender un auto joyita ssi

$$u_v(j) = P - V_v \geq 0 \Leftrightarrow P \geq 2500 \quad (4)$$

Combinando (1) y (4) concluimos que no se venderán autos joyitas. Sin embargo, el comprador sabe que el vendedor conoce el tipo de auto, y también sabe que no estará dispuesto a vender un auto joyita a menos de 2500, por ende el consumidor se anticipa al vendedor sabiendo que este no ofrecerá autos joyitas. El vendedor sabe que comprador sabe, por ende, el consumidor sabe que sólo van haber autos cachos en el mercado, por lo que el equilibrio de Nash se da para $P = 2000$.

d) Ahora tenemos que $n_j = 2n_c$, por lo que las probabilidades cambian.

$$P(j) = \frac{2}{3}, P(c) = \frac{1}{3}$$

El consumidor entrará al mercado ssi $\mathbb{E}(u_c) \geq 0$, es decir

$$3000 \frac{2}{3} + 2000 \frac{1}{3} \geq P \Leftrightarrow P \leq \frac{8000}{3} \simeq 2667 \quad (5)$$

Combinando (5), (4) y (3), concluimos que se venden todos los autos tanto joyitas como cachos a un precio $P = 2667$

2. Tenemos que la función de utilidad de Pedro es $U = \sqrt{w} - e$
 $P_i(e_L) = \frac{1}{2}$, $P_i(e_H) = \frac{1}{5}$, donde $P_i(\cdot)$ es la probabilidad de incendio.

a) Comparemos las utilidades para $e = 0$ y $e = 0,3$

$$\mathbb{E}(U|e = 0) = \sqrt{400} \frac{1}{2} + \sqrt{100} \frac{1}{2} = 15$$

$$\mathbb{E}(U|e = 0,3) = \sqrt{400} \frac{4}{5} + \sqrt{100} \frac{1}{5} - 0,3 = 17,7$$

Como

$$\mathbb{E}(U|e = 0,3) \geq \mathbb{E}(U|e = 0)$$

Pedro escoge $e_H = 0,3$

b) Precio de los seguros a .

Valor del deducible D .

b.1) Hay que demostrar que $\mathbb{E}(U|e = 0) \geq \mathbb{E}(U|e = 0,3)$ cuando $D = 0$

$$\mathbb{E}(U|e = 0) = \sqrt{400 - a} \frac{1}{2} + \sqrt{100 + 300 - a} \frac{1}{2} = \sqrt{400 - a}$$

$$\mathbb{E}(U|e = 0,3) = \sqrt{400 - a} \frac{4}{5} + \sqrt{100 + 300 - a} \frac{1}{5} - 0,3 = \sqrt{400 - a} - 0,3$$

\Rightarrow Pedro escoge el nivel $e_L = 0$

b.2) Se trata de un problema de *riesgo moral*, pues conocemos el tipo del individuo, sin embargo, no conocemos el nivel de esfuerzo que realiza.

Principal: Compañía aseguradora

Agente: Pedro

La compañía tiene que poner bien los incentivos para que al individuo realmente le convenga

esforzarse por cuidar su casa.

b.3) Queremos encontrar D tal que el individuo prefiera esforzarse,

$$\mathbb{E}(U|e = 0,3) = \sqrt{400 - a} \frac{1}{2} + \sqrt{100 + 300 - a - D} \frac{1}{2} \quad (6)$$

$$\mathbb{E}(U|e = 0,3) = \sqrt{400 - a} \frac{4}{5} + \sqrt{100 + 300 - a - D} \frac{1}{5} - 0,3 \quad (7)$$

Queremos que

$$\mathbb{E}(U|e = 0,3) \geq \mathbb{E}(U|e = 0)$$

Combinando (6) con (7) llegamos que el D^* que hace que el individuo se esfuerce es tal que:

$$D^* \geq 2\sqrt{400 - a} - 1$$

b.4) El problema que resuelve la compañía para incentivar el esfuerzo alto es

$$\max_{a,D} (a - 0) \frac{4}{5} + (a - 300 + D) \frac{1}{5}$$

sujeto a

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(U|e = 0,3) &\geq \mathbb{E}(U|e = 0) \\ \mathbb{E}(U|e = 0,3) &\geq 17,7 \end{aligned}$$

b.5) Para que un contrato sea eficiente, la parte que es neutra al riesgo debe asegurar a la parte que es aversa al riesgo, es decir, la aseguradora debe asumir todo el riesgo. Ahora si las compañías no cobran deducible, los individuos serán descuidados (parte b.1), por lo que eventualmente las compañías no tendrán incentivos a asegurar saliendo del mercado, o van a tener que cobrar una prima muy alta. Por ende los consumidores no están mejor si el deducible no se cobra.

3. Queda para auxiliar 4