

Curso de Economía Industrial

Ronald Fischer
CEA-DII
Universidad de Chile

Marzo 2008

Contenidos

- 1 Introducción.
- 2 Información simétrica.
- 3 Riesgo moral.
- 4 Selección adversa.

Introducción

- ¿Qué ocurre cuando dos partes en una relación tienen distinta información?
- **Ejemplos:** Médico-paciente, patrón-empleado, empresa de seguros-comprador de seguros.
- **Riesgo moral:** Una parte no puede observar el comportamiento de la otra parte.
- **Selección adversa:** Una parte no conoce las características de la otra parte.

Información simétrica: definiciones

- Partes en la relación: agente y principal.
- Resultados del agente dependen de su esfuerzo y un factor aleatorio.
- *Probabilidad* $(x = x_i|e) = p_i(e)$, $i = 1, \dots, n$ es la probabilidad del resultado x_i cuando el esfuerzo es e .
- $\sum_i^n p_i = 1$ y que $p_i > 0$, $\forall i$.

Más definiciones

- **Utilidad del principal:** $B(x - w)$, $B' > 0$, $B'' < 0$.
- **Utilidad del agente:** $\mathcal{U}(w, e) = u(w) - v(e)$, $u', v' > 0$, $u'' < 0$, $v'' > 0$.
- En el caso simétrico, el esfuerzo (y los resultados) son **verificables**, y no solo **observables**.
- Es posible contratar un nivel de esfuerzo.

El problema del principal

- El contrato del principal debe ser **eficiente**: debe maximizar su utilidad entre aquellos que el agente está dispuesto a aceptar.

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{e, (w(x_i))_{i=1}^n\}} \quad & \sum_{i=1}^n p_i(e) B(x_i - w(x_i)) \\ \text{s.t.} \quad & \sum p_i(e) u(w(x_i)) - v(e) \geq \mathcal{U} \quad (RP) \end{aligned}$$

Solución

Dado un nivel de esfuerzo óptimo e^0 , los salarios óptimos $\{w_i^0(x_i)\}_{i=1}^n$ satisfacen K-T:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w(x_i)}(w^0, e^0, \lambda^0) = -p_i(e^0)B'(x_i - w^0(x_i)) + \lambda^0 p_i(e^0)u'(w^0(x_i)) = 0$$

$$\Rightarrow \lambda^0 = \frac{B'(x_i - w^0(x_i))}{u'(w^0(x_i))}, \quad \forall i = 1 \dots, n.$$

Como $\lambda^0 > 0$, se tiene que $\forall i$ la razón B'/u' es **constante**.

Gráficamente: 2 estados

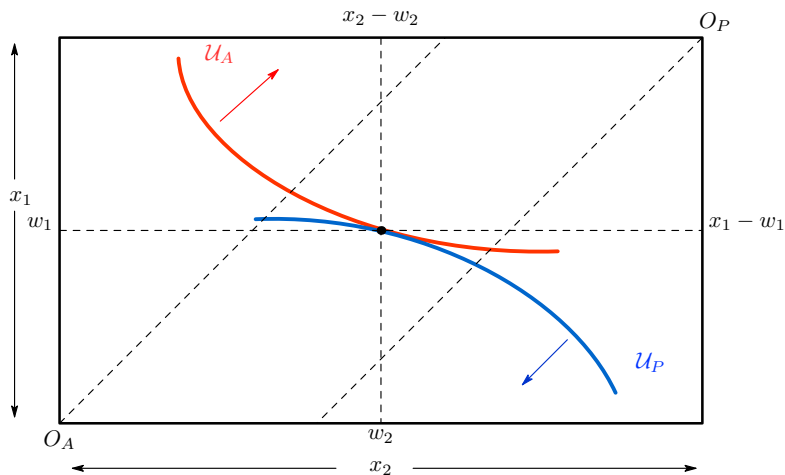


Figura: Agente-principal con información completa

Resultados

Si el principal es neutral al riesgo, $B' = \text{cte} \Rightarrow u'(w_i) = \text{cte} \Rightarrow w_i = \text{cte}, \forall i$.

Es **eficiente** que el principal asuma **todo** el riesgo.

Derivando la expresión para λ^0 ,

$$(B''/B') \left[1 - \frac{dw^0}{dx_i} \right] + (u''/u') \frac{dw^0}{dx_i} = 0$$

$$\frac{dw^0}{dx_i} = \frac{r_p}{r_p + r_A}$$

Con $r_p \equiv -B''/B'$ y $r_A \equiv -u''/u'$.

Riesgo moral

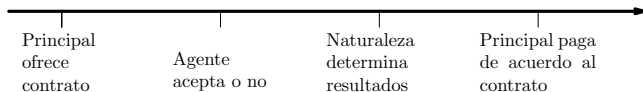
- Si el esfuerzo no es verificable, no se puede contratar esfuerzo.
- Si el salario es constante, agente **no se esfuerza**, e^{min} .
- El principal le paga w^{min} que satisface **RP**:

$$w^{min} = u^{-1}(\mathcal{U} + v(e^{min}))$$

- Si se requiere más esfuerzo, salarios **deben ser variables**.
- ¿Cómo combinar **eficientemente** incentivos al esfuerzo y costo debido al riesgo?

¿Cómo resolver el problema?

- Principal debe ofrecer un contrato tal que si el agente lo acepta, está **en su interés esforzarse**.



- El esfuerzo debe cumplir compatibilidad de incentivos (CI):

$$e \in \arg \text{Max}_{\{\hat{e}\}} \left\{ \sum_{i=1}^n p_i(\hat{e}) u(w(x_i)) - v(\hat{e}) \right\}$$

El contrato eficiente resuelve:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{e, \{w(x_i)\}_{i=1}^n\}} \quad & \sum_{i=1}^n p_i(e) B(x_i - w(x_i)) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^n p_i(e) u(w(x_i)) - v(e) \geq \mathcal{U} \quad (RP) \\ & e \in \arg \text{Max}_{\{\hat{e}\}} \left\{ \sum_{i=1}^n p_i(\hat{e}) u(w(x_i)) - v(\hat{e}) \right\} \quad (CI) \end{aligned}$$

El caso de dos niveles de esfuerzo: e^H, e^L

- Suponemos $v(e^H) < v(e^L)$.
- p_i^H : prob. resultado x_i con e^H .
- Suponemos **dominancia estocástica de 1^{er} orden**:

$$\sum_{i=1}^k p_i^H < \sum_{i=1}^k p_i^L, \forall k = 1 \dots n-1$$

- **(CI)** se transforma en:

$$\sum_1^n (p_i^H - p_i^L) u(w(x_i)) \geq v(e^H) - v(e^L)$$

El problema con un principal neutral al riesgo

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{w(x_i)\}} \quad & \sum_1^n p_i^H (x_i - w(x_i)) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_1^n p_i^H u(w(x_i)) - v(e^H) \geq \mathcal{U} \quad (RP) \\ & \sum_1^n (p_i^H - p_i^L) u(w(x_i)) \geq v(e^H) - v(e^L) \quad (CI) \end{aligned}$$

Derivando el lagrangiano:

$$-p_i^H + \lambda p_i^H u'(w(x_i)) + \mu (p_i^H - p_i^L) u'(w(x_i)) = 0$$

Que se puede reescribir

$$\frac{1}{u'(w(x_i))} = \lambda + \mu \left[1 - \frac{p_i^L}{p_i^H} \right]$$

$\Rightarrow \mu > 0, \lambda > 0$: ambas restricciones son activas.

Si la **razón de verosimilitud** p_i^L / p_i^H es decreciente en i , mejores resultados $\Rightarrow$ mejores salarios.

Un ejemplo (Holmstrom-Milgrom, 1987)

$$x = e + \epsilon, \quad \epsilon \sim N(0, \sigma^2)$$

Principal elige: $w(x) = a + bx = a + be + b\epsilon$.

Principal neutral al riesgo:

$$E(x - w(x)) = E(e + \epsilon - a - be - b\epsilon) = (1 - b)e - a$$

Utilidad del agente:

$$u(w, e) = E(w) - r\sigma_w^2/2 - v(e).$$

$$\text{Si } v(e) = e^2/2 \Rightarrow u(w, e) = a + be - rb^2\sigma^2/2 - e^2/2.$$

Origen de la utilidad

Si $u(w) = -\exp(-rw)$, con salario alternativo de $w = 0$, $\mathcal{U} = -\exp(-r)$, creciente en w .

Dado que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{(-ax - x^2/(2\sigma^2))} \frac{dx}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} = e^{(-\frac{\sigma^2 a^2}{2})}$$

. Entonces:

$$e^{-rw_{eq}} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-r(a+bx-v(e))} e^{(-(x-e)^2/2\sigma^2)} \frac{dx}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}$$

$\Rightarrow$ la utilidad que tenemos.

Cont...

Max respecto a e :

$$0 = \frac{\partial w}{\partial e} = b - e \Rightarrow b = e.$$

Si el salario alternativo es $u = 0$,

$$\Rightarrow a = \frac{(r\sigma^2 - 1)e^2}{2}$$

El problema del principal es:

$$\max_{\{a,b,e\}} (1-b)e - a$$

$$\text{s.t. } b = e$$

$$a = (r\sigma^2 - 1)e^2/2$$

$$\Leftrightarrow \max_e e - e^2(1 + r\sigma^2)/2 \Rightarrow e^* = \frac{1}{1 + r\sigma^2}$$

Si σ^2 aumenta, e cae, así como la remuneración al esfuerzo.

Si r sube (mayor aversión al riesgo, sucede lo mismo.

Objetivos múltiples

Suponemos múltiples objetivos: **calidad y cantidad**.

Vector de esfuerzo $e = (e_1, e_2)$.

Desutilidad es $v(e) = e'Ve/2$ con

$$V = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{pmatrix}.$$

Vector de resultados: $x_i = e_i + \epsilon_i$, $(\epsilon_1, \epsilon_2) \sim NM(0, \Sigma)$, con

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix},$$

Cont...

Se obtiene (si los esfuerzos son sustitutos imperfectos):

$$b_1^* = \frac{1 + r\sigma_2^2(1 - V_{12})}{1 + r(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) + r^2\sigma_1^2\sigma_2^2(1 - V_{12}^2)}$$
$$b_2^* = \frac{1 + r\sigma_1^2(1 - V_{12})}{1 + r(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) + r^2\sigma_1^2\sigma_2^2(1 - V_{12}^2)}$$

En el caso particular que $\sigma_2 = \infty$, el resultado no es observable:

$$b_1^* = \frac{1 - V_{12}}{1 + r\sigma_1^2(1 - V_{12}^2)}$$
$$b_2^* = 0.$$

⇒ **¡Todo el esfuerzo a la primera actividad!**

Problemas del análisis

- El problema de los objetivos múltiples: distintos costos.
- El problema de objetivos múltiples y distinta. observabilidad:
 - ▶ Colegios: Simce versus otras variables de calidad.
 - ▶ Pago por atención en hospitales.
 - ▶ El caso Sears.
 - ▶ Bancos y ejecutivos de crédito (Barings).
- Motivaciones no pecuniarias del agente.

Problemas de selección adversa: introducción

Estos problemas ocurren cuando el principal no conoce el tipo del agente.

Ejemplo

Una persona que se acerca a una Isapre conoce mejor que ésta si tiene algún problema serio de salud.

La asimetría en la información produce **ineficiencia** en los mercados.

El problema de los limones (Akerlof)

- El mercado de los vehículos usados
- Compradores no informados: la calidad de un auto usado es una v.a. uniforme $k \in [0, 1]$.
- Vendedores conocen la calidad k de su auto.
- Utilidad comprador: $U^c = p_1 k$, utilidad vendedor: $U^v = p_0 k$, con $p_1 = 3p_0/2$.
- Compradores **neutrales** al riesgo, maximizan utilidad esperada.
- Con información simétrica, $p \in [p_0 K, 3p_0 k/2]$

El problema

- Supongamos que el precio de mercado es p .
- Vendedores solo venden autos con calidad $p_0 k < p$.



- Calidad esperada es $\bar{k} = p/(2p_0)$:
- Comprador recibe $U = p_1 \bar{k} = p_1 p/(2p_0) < p$.
- Comprador solo compra al precio $p = 0$, es decir un **limón**.
- ¡Mercado **desaparece**!

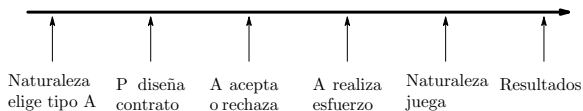
El problema de las Isapres

- No saben si un potencial cliente es un limón (o sea tiene mayor riesgo que el promedio).
- Por lo tanto, no diseñan planes para enfermedades catastróficas, ya que los más interesados en afiliarse a ellos serían los más enfermos.
- Como **no pueden** usar el estado de salud como filtro, prefieren no hacer esos planes.
- Solo pueden hacer estos planes si se coordinan y es **obligatorio** afiliarse.
- Si no, tienen incentivos a robarse los clientes más sanos: **descremar**.

Un modelo de selección adversa

- Un principal que desea contratar un agente y puede **verificar** su esfuerzo e .
- Un esfuerzo e da un beneficio $\Pi(e) = \sum_1^n p_i(e)x_i$ al principal, con $\Pi' > 0$, $\Pi'' < 0$.
- Agente puede ser de dos tipos, **indistinguibles** al principal.
- La diferencia es la desutilidad del esfuerzo (tipo 2 es **flojo**).
- Utilidades de los agentes:
 $U^1(w, e) = u(w) - v(e)$, $U^2(w, e) = u(w) - kv(e)$, $k > 1$.

Estructura temporal del juego de selección adversa

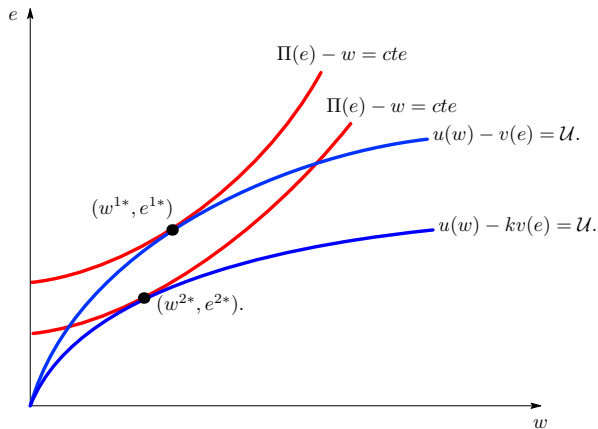


Si no existieran problemas de información el problema es:

$$\begin{aligned} & \max_{\{e, w\}} \Pi(e) - w \\ \text{s.t.} \quad & u(w) - v(e) \geq \mathcal{U} \end{aligned}$$

Con contrato óptimo: $u(w^{1*}) - v(e^{1*}) = \mathcal{U}$, y $\Pi'(e^{1*}) = v'(e^{1*})/u'(w^{1*})$.

Equilibrio con info. simétrica en forma gráfica



En el caso de información asimétrica

- En la solución simétrica, ambos agentes reciben $\mathcal{U}$.
- Bajo información asimétrica, al tipo 1 le conviene hacerse pasar por tipo 2.
- Es vital para el principal que el tipo 1 no se haga pasar por el tipo 2.
- Esto requiere la condición (CI):

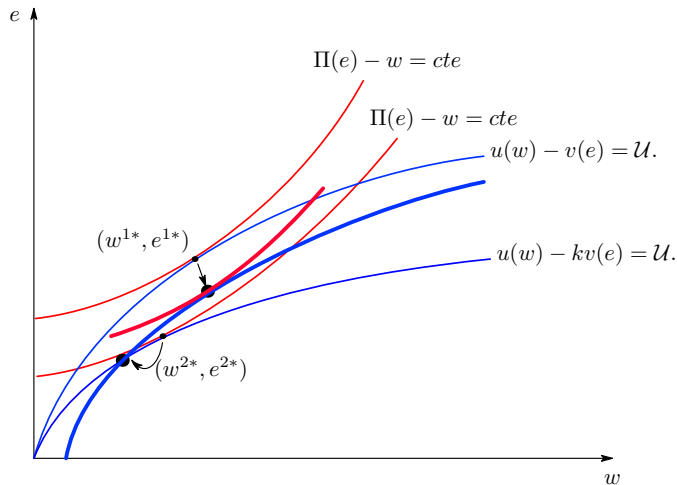
$$u(w^1) - v(e^1) \geq u(w^2) - v(e^2)$$

La formulación del problema con información asimétrica

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{(e^1, w^1), (e^2, w^2)\}} \quad & q [\Pi(e^1) - w(e^1)] + (1 - q) [\Pi(e^2) - w(e^2)] \\ \text{s.t.} \quad & u(w^1) - v(e^1) \geq \mathcal{U} \quad (RP_1) \\ & u(w^2) - kv(e^2) \geq \mathcal{U} \quad (RP_2) \\ & u(w^1) - v(e^1) \geq u(w^2) - v(e^2) \quad (CI_1) \\ & u(w^2) - kv(e^2) \geq u(w^1) - kv(e^1) \quad (CI_2) \end{aligned}$$

Notas: i) RP_1 es redundante. ii) $e^1 > e^2$ (usando CI_1 y CI_2).

La solución en forma gráfica



Algunas conclusiones

- Al agente de tipo 1 obtiene una **renta informacional**, pero el tipo 2 recibe U .
- El agente tipo 1 está en un punto eficiente, pero el del tipo 2 está **distorsionado**.
- Mientras menos tipo 2 haya, más distorsionado su contrato, menos renta al tipo 1.
- Si hay muy pocos tipo 2, el principal puede preferir ofrecer **un solo contrato**, que el tipo 2 no acepta y que al tipo 1 le extrae su renta.

Seguros y selección adversa

Muchas compañías de seguro competitivas.

Agentes con probabilidad de accidente π_1 y π_2 con $\pi_1 < \pi_2$.

Agentes con riqueza W , con accidente, $W - L$.

Agentes adversos al riesgo, firmas neutrales al riesgo (LGN).

Precio del seguro: p , si se paga pz , se recibe z en caso de siniestro.

Problema del agente

Agente tipo i :

$$\text{Max}_z \pi^i u(W - L - pz + z) + (1 - \pi^i)u(W - pz)$$

CPO respecto a z :

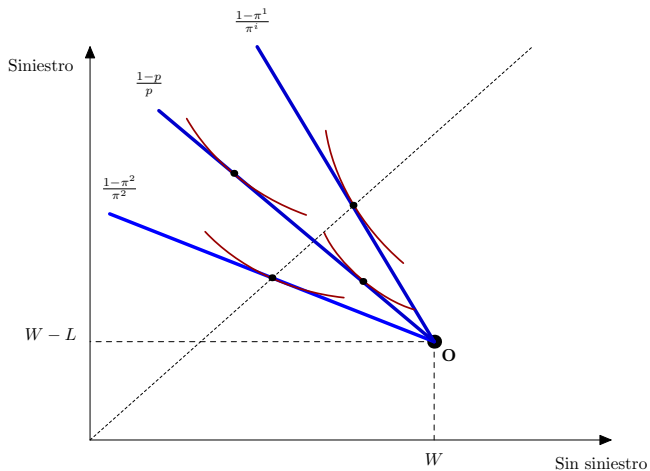
$$\frac{u'(W - L - pz + z)}{u'(W - pz)} = \frac{(1 - \pi^i)p}{\pi^i(1 - p)}$$

Ejercicio

Muestre que los agentes con mayor probabilidad de accidente contratan más seguros.

Competencia implica $\pi^i = p_i$ para cada tipo de agente.

Gráficamente



Cont ...

- 1 Para la empresa, es más caro ofrecer seguro a agentes con menos accidentes.
- 2 Si pudiera distinguirlos, ofrecería seguro que elimina riesgo a cada uno.
- 3 Si ofrece dos precios, los de alto riesgo se hacen pasar por bajo riesgo.
- 4 Si ofrece un precio, hay sobreaseguramiento de agentes de alto riesgo y subaseguramiento de agentes de bajo riesgo.

Seguros con cobertura y precios

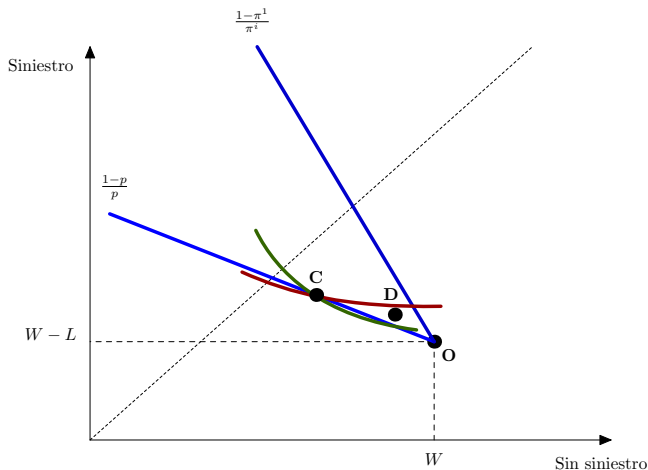
A menudo, seguros ofrecen paquetes de cobertura y precios (p, z) .

Firmas en competencia ofrecen dos tipos de contratos: **Pooling** (igual para todos) y **Separantes** (uno para cada tipo).

Contratos de tipo *pooling* no son viables: Enfrentan el problema del descreme de clientes.

En la figura, el contrato **D** descrema a los agentes tipo 1 del contrato **C** $\Rightarrow$ incompatible con competencia.

Descreme de clientes en seguros de tipo Pooling



Contratos separantes

El seguro separante (página siguiente) debe satisfacer:

- 1 A cada agente se le cobra de acuerdo al riesgo $\Rightarrow$ 0-utilidad.
- 2 Agentes de tipo 2 no quieren hacerse pasar por tipo 1.
- 3 Agentes tipo 2 tienen seguro completo.
- 4 Agentes tipo 1 con seguro parcial.

Pero es posible que no exista un equilibrio (cuando agentes de tipo 2 son muchos).

En tal caso, solo seguro para tipo 2 de agentes.

Equilibrio separante en seguros

