DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
UNIVERSIDAD DE CHILE
Profesores: Daniel Espinoza G.
Semestre: Otoño 2007
Fecha: 16 de abril de 2008

IN47B Ingeniería de Operaciones

Control N^{o}1

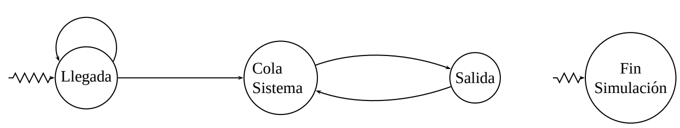
Problema 1 ($33.\overline{3}$ %)

1. Dado $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$, Demuestre que $\max\{f(n), g(n)\} = \Theta(f(n) + g(n))$.
   Respuesta: Para eso basta darse cuenta que $\frac{1}{2}(f(n)+g(n)) \leq \max\{f(n), g(n)\} \leq f(n) + g(n)$ para todo $n \in \mathbb{N}$.
2. Explique brevemente por qué la frase "*El tiempo de ejecución del algoritmo A es al menos* $\mathcal{O}(n^2)$", no tiene ningún sentido.
   Respuesta: Por definición, la notación $f(n) = \mathcal{O}(g(n))$ quiere decir que f no crece más rápido que $g(n)$, y en ningún caso eso es una cota inferior en f.
3. Ordene en términos de crecimiento asintótico las siguientes funciones (i.e. use notación $\mathcal{O}(g)$). $\frac{3}{2}^n$, n^3, $\log(n)^2$, $log(n!)$, 2^{2^n}, $n^{1/\log(n)}$, $\log(\log(n))$, n, 2^n, $n^{\log(\log(n))}$, $\log(n)$, 1, $2^{\log(n)}$, $(\log(n))^{\log(n)}$, e^n, $4^{\log(n)}$, $\sqrt{\log(n)}$, $2^{\sqrt{2\log(n)}}$.
   Respuesta: (asumimos que log es el logaritmo en base 10, además usamos la formula de Stirling $n! \approx \sqrt{2\pi}e^{n(\ln(n)-1)+1/2\ln(n)}$).
   $1 = \Theta(n^{1/\log(n)})$, $1 = \mathcal{O}(\log(\log(n)))$, $\log(\log(n)) = \mathcal{O}(\sqrt{\log(n)})$, $\sqrt{\log(n)} = \mathcal{O}(\log(n))$, $\log(n) = \mathcal{O}(\log(n)^2)$, $\log(n)^2 = \mathcal{O}(2^{\sqrt{2\log(n)}})$, $2^{\sqrt{2\log(n)}} = \mathcal{O}(2^{\log(n)})$, $2^{\log(n)} = \mathcal{O}(4^{\log(n)})$, $4^{\log(n)} = \mathcal{O}(n)$, $n = \mathcal{O}(n^3)$, $n^3 = \mathcal{O}(n^{\log(\log(n))})$, $n^{\log(\log(n))} = \Theta(\log(n)^{\log(n)})$, $\log(n)^{\log(n)} = \mathcal{O}(\log(n!))$, $\log(n!) = \mathcal{O}((3/2)^n)$, $(3/2)^n = \mathcal{O}(2^n)$, $2^n = \mathcal{O}(e^n)$, $e^n = \mathcal{O}(2^{2^n})$.
4. Describa, en no mas de 10 líneas, la diferencia entre las clases de problemas $\mathcal{P}$ y $\mathcal{NP}$.
   Respuesta: Problemas en $\mathcal{P}$ son aquellos para los cuales se conoce un algoritmo polinomial que los resuelve, mientras que para los problemas en

$\mathcal{NP}$ solo conocemos algoritmos que dado una instancia y un certificado, verifica en tiempo polinomial el certificado, se cree que para los problemas $\mathcal{NP}$-completos no existen algoritmos polinomiales.

Problema 2 ($66.\overline{6}$ %)

1. Considere un puerto donde las naves llegan según una distribución exponencial con media 1.25 días. El puerto dispone de dos grúas de carga/descarga y de dos atracaderos. Si una nave llega cuando ambos atracaderos están ocupados, esta queda en una cola FIFO. El tiempo que demora una nave en ser cargada/descargada se comporta como una uniforme de parámetro 0.5,1.5 días. Si sólo un barco esta en puerto, ambas grúas trabajan en el único barco en puerto, y el tiempo (restante) de carga/descarga, se reduce en dos. Si dos barcos están en puerto, cada una de las grúas trabaja en un barco distinto. Si un barco llega cuando sólo un barco esta en puerto, una grúa atiende al barco recién llegado, y el tiempo (restante de carga/descarga del primer barco se dobla.
   Simule este sistema por un espacio de 90 días, y compute utilización promedio de los atracaderos, grúas, y tiempo máximo de espera, largo cola promedio, y tiempo de ciclo del sistema.
   a) Explique un diagrama de eventos que permita describir el sistema anterior.
   Respuesta: Existen básicamente tres eventos para este sistema, llegada de barcos al puerto, salida de barcos al puerto, y término de la simulación, a estos eventos básicos podríamos agregar el evento de entrar a cola en el sistema. Un posible esquema es el siguiente;



   b) ¿Qué variables debería guardar el sistema (y los agentes) para computar los estadísticos requeridos?
   Respuesta: Nótese que aquí el sistema de atención tiene cuatro estados, que son puerto desocupado, puerto con un barco (y las dos grúas utilizadas), y puerto con dos barcos atracados y ambas grúas utiliza-

das, una en cada barco). Los tiempos de término de proceso de cada evento (barco) dependen de la configuración del sistema. A esto hay que agregarles las variables típicas de utilización a ambas grúas (que son iguales) y muelles (en su conjunto, no por separado), y a la cola de entrada debemos mantener estadísticos de largo promedio, y máximo, tiempos de espera promedio y máximo. A cada barco debemos además guardar su hora de entrada al sistema (en la cola), y su hora de salida (para efectos de computo de tiempo de ciclo global).

2. Con respecto a la tarea I, responda lo siguiente (No mas de 5 líneas por parte).

   a) ¿Puede encontrarse el óptimo al sistema?

   Respuesta: En principio, si probáramos todas las configuraciones, y realizáramos suficientes replicaciones para cada una de ellas, podríamos construir intervalos de confianza que nos permitan descubrir cuál es la mejor configuración global con un cierto nivel de probabilidad. Sin embargo, no podremos nunca decir con certeza si la configuración indicada es efectivamente el óptimo para el sistema. Por otro lado, aún cuando estemos dispuestos a aceptar respuestas probabilistas, el número de replicaciones necesarias para comparar todas las configuraciones es demasiado grande, más aun cuando queramos obtener una respuesta con un 99 % de significancia globalmente.

   Por todos estos factores, en la práctica, obtener el óptimo de un problema como este vía simulación (aun cuando aceptemos respuestas probabilistas) es impracticable.

   b) ¿Cómo definiría una buena solución al problema?

   Respuesta: Dado lo expuesto anteriormente, lo que podríamos hacer es *manualmente* buscar una configuración razonable, y compararla contra posibles desvíos de la solución (agregar/quitar un servidor en cada módulo), mostrando que entonces la configuración encontrada es un óptimo local con respecto a esos cambios sencillos. Si por otro lado para algunos cambios no se puede discernir si las configuraciones mejoran/empeoran, entonces habría que argumentar que para cambios mayores (agregar/quitar k servidores en el módulo dado) si produce peores resultados.

   c) ¿Cuál es el impacto de mayor varianza en módulos con una misma distribución y con la misma media?

   Respuesta: Si uno realizara el cómputo de clientes atendidos, multiplicado por tiempo medio de espera, dividido por el largo de la jornada, eso nos da el número mínimo de servidores en cada módulo. Mientras más varianza tiene la distribución de tiempos de atención, mayor es la desviación del número de servidores realmente necesarios para obtener colas de largo menor que cinco con probabilidad 95 %.

Bono (0.7 ptos.)

Responda en no más de cuatro líneas las siguientes preguntas referidas a la charla dada en clases.

1. Describa brevemente el modelo de negocios de DayJet.
   Respuesta: Brindar servicio de transporte aéreo flexible (sin rutas ni itinerarios fijos) a *bajos* precios y con una amplia cobertura.
2. ¿Cuáles fueron, a su juicio, los elementos principales que permitieron obtener soluciones para problemas con 300 aviones?
   Respuesta: Un modelo de optimización efectivo para pequeños problemas, y el uso masivo de poder computacional paralelo para obtener soluciones heurísticas basadas en este modelo de optimización.
3. Nombre, a su juicio, los tres problemas más relevantes que debe resolver DayJet.
   Respuesta: Algunos ejemplos son los siguientes: Predecir demanda, aceptar/rechazar clientes en línea, optimización de las rutas a volar cada día, definir zonas de atención, manejo del mantenimiento en general en forma coordinada con las operaciones.