

Simulación

Dpto. Ingeniería Industrial, Universidad de Chile

IN47B, Ingeniería de Operaciones

11 de marzo de 2008

Contenidos

- 1 Introducción
- 2 Simulación de eventos discretos

¿Qué es Simulación

- Representación de un *sistema* en un computador.
- Intenta emular el funcionamiento de un *sistema*.
- Usado para evaluar *numéricamente* el comportamiento de sistemas bajo ciertas condiciones.

¿Qué es un Sistema?

Definición

Un *Sistema* es un conjunto de entidades (por ejemplo máquinas o personas), que interactúan para lograr algún fin lógico.

Estado

Es un conjunto de variables que describen un sistema en un tiempo particular.

Ejemplo:

Atención de clientes en un Banco

- El *sistema* puede ser el conjunto de clientes, cajeros, colas, y procedimientos predefinidos (FIFO, etc.) que describen la operación.
- Las *variables de estado* en este caso son el número de clientes en cada cola, el número de cajeros, y el estado de cada cajero (ocupado/desocupado).,

Sistemas Discretos y Continuos

Sistema Discreto

Un Sistema se dice *Discreto* si sus variables de estado cambian sus valores en un conjunto numerable de instantes de tiempo (Ej.: sistemas de colas).

Sistema Continuo

Un Sistema se dice *continuo* si sus variables de estado cambian continuamente en el tiempo (Ej.: El sistema solar).

Sistemas Dinámicos y Estáticos

Sistema Estático

Un Sistema se dice *estático* si el tiempo en el no juega ningún rol (Ej.: Simulaciones tipo montecarlo, estimar π).

Sistemas Dinámicos

Un Sistema se dice *dinámico* si este evoluciona a medida que el tiempo pasa.

Sistemas Determinísticos y Estocásticos

Sistema Determinístico

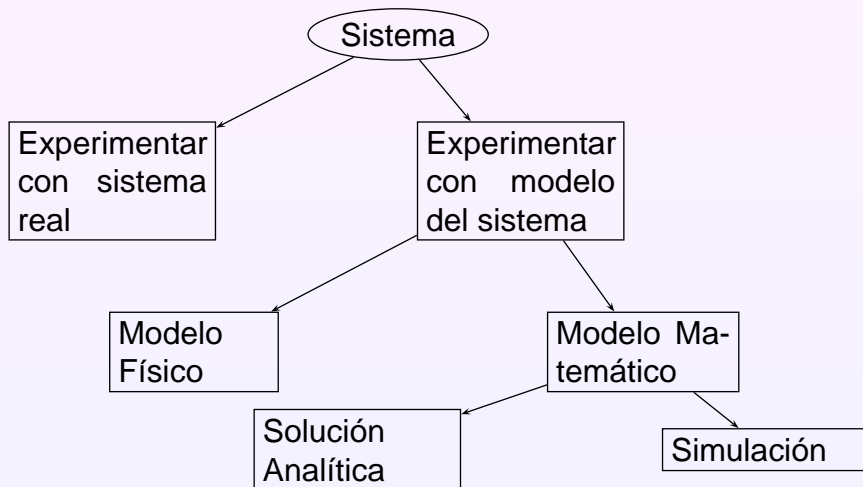
Un Sistema se dice *determinista* si su evolución temporal esta definida completamente por las condiciones iniciales del mismo (Ej.: Sistema de ecuaciones diferenciales).

Sistema Estocástico

Un Sistema se dice *estocástico* si tiene componentes descritos en términos probabilísticos, o donde existe incertidumbre en la entrada o en el proceso mismo del sistema (Ej.: Sistema de colas en un banco).

¿Cómo estudiamos Sistemas?

Formas de estudiar un Sistema



Simulación de eventos discretos

- Se asume modelo dinámico que cambia variables de estado una cantidad numerable de veces.
- Un evento es un acontecimiento instantáneo que puede cambiar el estado del sistema.
- Ejemplo M/M/1:
 - Variables de estado son largo de cola (tiempo de llegada?), y estado del servidor.
 - Dado lo anterior, existen esencialmente dos tipos de *eventos*: llegada de clientes, y salida de clientes.
- En general, podríamos considerar eventos que no cambian las variables de estado de un sistema:
 - Un evento que marca el fin de la simulación.
 - Cambio en las reglas de operación del sistema.

Mecanismos de avance de tiempo:

- Necesitamos conocer el tiempo *simulado*.
- Tiempo interno del sistema se llama *reloj de simulación*.

Incremento Fijo

Se asume que los eventos ocurren en el conjunto

$$T_{sim} \in \{t_o, t_o + \Delta, t_o + 2\Delta, \dots\}.$$

Avanzar al siguiente evento

Asume que los eventos pueden ocurrir en cualquier momento ($T_{sim} \in \mathbb{R}$), pero relacionados a un evento ($\|T_{sim}\| \leq \aleph_o$).

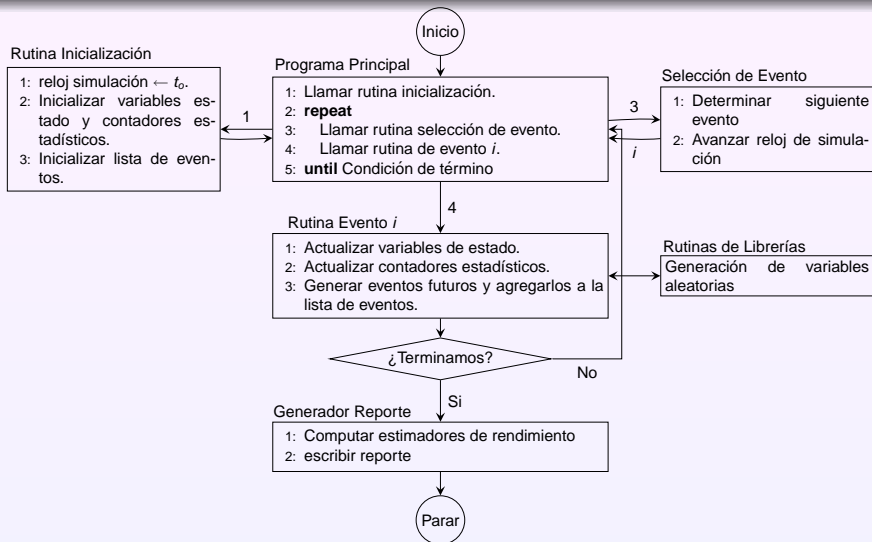
Componentes y Organización

- **Variables de Estado:** Conjunto de variables de estado que describen el sistema en algún momento.
- **Reloj de simulación:** Variable que guarda el tiempo en el sistema.
- **Lista de eventos:** Lista (parcial) de eventos a realizarse en el futuro.
- **Contadores Estadísticos:** Variables que guardan los indicadores relevantes del sistema.
- **Inicialización:** Subrutina que inicializa modelo en t_0 .
- **Selección de evento:** Subrutina que determina siguiente evento a realizarse.

Componentes y Organización

- **Rutinas de evento:** Subrutina que actualiza el sistema cuando un evento ocurre.
- **Rutinas Auxiliares:** Generación de variables aleatorias, etc.
- **Generador de Reporte:** Subrutina que computa estimadores de las medidas de desempeño del sistema (basándose en los contadores estadísticos) cuando la simulación termina.
- **Programa Principal:** Programa que primero lee parámetros de entrada, inicializa el sistema, y después llama a la rutina de selección de eventos hasta el término de la simulación, y finalmente llama a la rutina de reporte.

Flujo de un programa Típico de Simulación



¿Por que escribir software de simulación?

- Conocer como funcionan internamente todos los softwares de simulación ayuda a evitar errores conceptuales en su uso.
- En simulaciones complejas muchas veces es necesario programar algunas partes de la simulación para interactuar con softwares comerciales.
- Lenguajes de programación generales estan siempre disponibles, y son de bajo costo.
- Muchas simulaciones comerciales aun se programan en lenguajes generales.

Generando Variables Aleatorias:

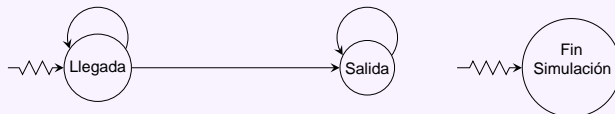
- En general asumiremos que existe un generador de numeros pseudo-aleatorios $f()$ uniforme $(0, 1)$.
- Dada una distribución acumulada $F(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$, generaremos un valor aleatorio usando la fórmula $x = F^{-1}(f())$
- Cuidado con funciones aleatorias por defecto, en general de mala calidad.
- ¿Cuándo funciona?
 - Si F es estrictamente creciente.
 - Con cuidado podemos hacerlo si F es discreta, o si tiene *saltos*

Simulación de un M/M/1

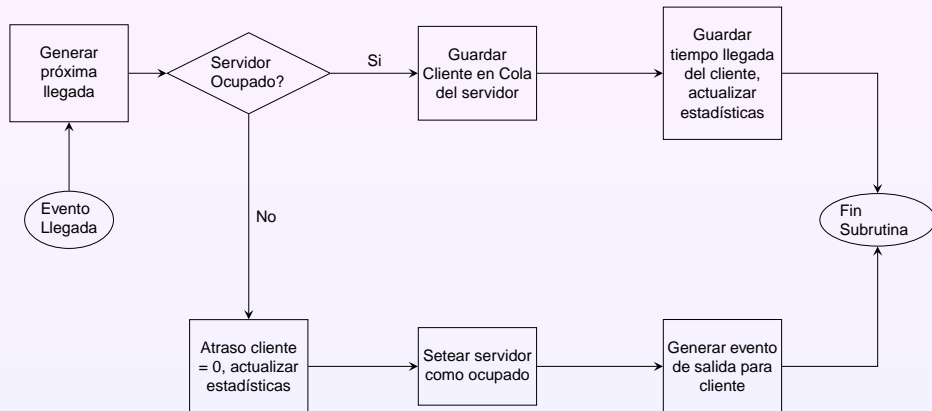
Eventos

- Llegada de un Cliente $F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\beta_1}}$.
- Cliente Termina de ser atendido $F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\beta_2}}$.
- Cliente Comienza a ser atendido?

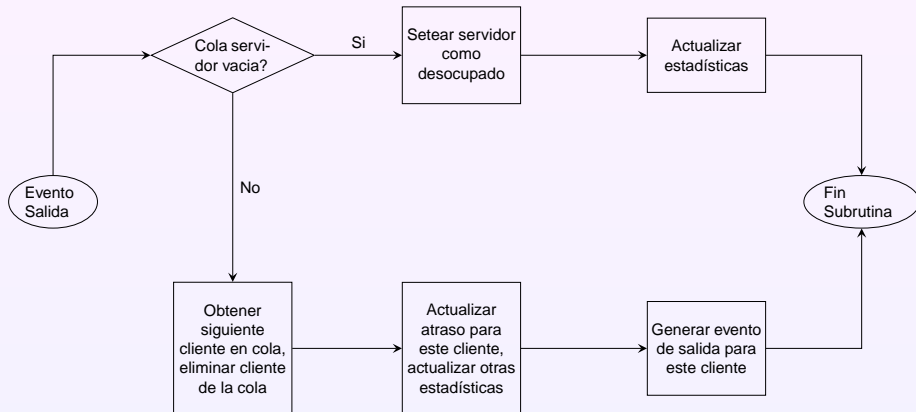
Grafo de Eventos



Lógica Llegada de cliente



Lógica salida de cliente



Evaluando política de inventario

- Consideremos una política de inventario (S, s) de revisión mensual, con costos por mantener items en bodega y back-orders.
- Demandas espaciadas $iid \approx \exp(0,1)$, cantidades $\{1, 2, 3, 4\}$ con probabilidades $\{1/6, 1/3, 1/3, 1/6\}$.
- Cuando una orden se coloca, el tiempo de llegada es distribuido como $U[1/2, 1]$, y el costo es función de la cantidad demandada.