

Pauta CTP 2

Miércoles 9 de Abril de 2008

Para la presente pauta, se considera la notación:

- E = estancamiento
- R = recesión
- FE = FED predice estancamiento
- FR = FED predice recesión
- DA, DM, DB = Dólar Alto, Medio y Bajo, respectivamente

Además, a partir de los datos del enunciado, se cuenta con la siguiente información:

- $P(FE) = P(FR) + 0,2 \Rightarrow P(FE) = 0,6; P(FR) = 0,4$
- $P(E|FE) = P(R|FR) = 0,8 \Rightarrow P(R|FE) = P(E|FR) = 0,2$
- $P(R|DB) = P(E|DA) = 0,6$
- $P(DB|E) = P(DA|R) = 0,2$
- Costo producción = \$ 410

1. En primer lugar, por probabilidades totales, se tiene:

$$\begin{aligned} P(E) &= P(E|FE)P(FE) + P(E|FR)P(FR) \\ &= 0,8 \times 0,6 + 0,2 \times 0,4 \\ &= 0,56 \end{aligned}$$

Lo que implica a su vez que $P(R) = 1 - P(E) = 0,44$.

Además, aplicando Bayes, tenemos que

$$P(DA|E)P(E) = P(E|DA)P(DA) \tag{1}$$

donde el único dato desconocido es $P(DA)$. Sin embargo, tomando en cuenta que se dispone también de Probabilidades Totales,

$$\begin{aligned} P(DA) &= P(DA|E)P(E) + P(DA|R)P(R) \\ &= P(E|DA)P(DA) + P(DA|R)P(R) \quad (\text{A partir de (1)}) \\ &= 0,6 \times P(DA) + 0,2 \times 0,44 \\ &\Rightarrow P(DA) = 0,22 \end{aligned} \tag{2}$$

Finalmente, reemplazando (2) en (1), se tiene que $P(DA|E) = 0,235$.

Recapitulando, para el caso de Estancamiento, se tienen las siguientes probabilidades:

$$\begin{aligned}P(DA|E) &= 0,235 \\P(DM|E) &= 0,565 \\P(DB|E) &= 0,2\end{aligned}$$

donde el valor de $P(DM|E)$ se obtuvo del hecho de que las tres probabilidades deben sumar 1.

Análogamente, se calculan las probabilidades de los niveles del dólar, para el caso de Recesión:

Primero, por Bayes:

$$P(DB|R)P(R) = P(R|DB)P(DB) \quad (3)$$

Luego, por Probabilidades Totales,

$$\begin{aligned}P(DB) &= P(DB|R)P(R) + P(DB|E)P(E) \\&= P(R|DB)P(DB) + P(DB|E)P(E) \quad (\text{A partir de 1}) \\&= 0,6 \times P(DB) + 0,2 \times 0,56 \\&\Rightarrow P(DB) = 0,28\end{aligned} \quad (4)$$

Por último, reemplazando (4) en (3), se tiene que $P(DB|R) = 0,38$. Con esto,

$$\begin{aligned}P(DA|R) &= 0,2 \\P(DM|R) &= 0,42 \\P(DB|R) &= 0,38\end{aligned}$$

Con los datos anteriores, es posible construir el árbol de decisión (Figuras 1 y 2), a partir del cual se observa que, en caso de exportar sus manzanas a EEUU, el gerente de MANCHANA recibirá aproximadamente \$ 10 por unidad, a comparar con \$ 0 en caso de no exportar. Es decir, **se recomienda exportar**.

Nota: Existen varias maneras de plantear el problema, de las cuales al menos dos son válidas, representadas por las Figuras 1 y 2. Mientras en la primera se separa la decisión de la FED y los escenarios posibles, en la segunda se calculan directamente las probabilidades de los escenarios, aplicando probabilidades totales. Ambos métodos arrojan los mismos resultados.

2. a) En este caso, como la FED ya decidió que habrá recesión, se elimina la rama “FE” del árbol de la pregunta anterior. Se sabe por lo tanto que el valor esperado de los ingresos de MANCHANA es $-\$7,48$; en la Figura 3, por motivos de simplificación, se escribe directamente este valor, para la opción “invertir s/opción”. Sin embargo, esta vez, además del valor nulo en caso de no invertir, se deben agregar dos ramificaciones más a partir del nodo de decisión inicial: una correspondiente a la opción financiera y otra a la opción real.

Básicamente, ambas ramas se mantienen igual a la rama “FR” de la parte 1, con las siguientes diferencias:

- En el caso de la *opción real*, donde antes estaban los pagos finales, se deben agregar nodos de decisión. Para cada posible valor del dólar, el gerente puede optar entre aceptar dicho valor (invertir) o rechazarlo (no invertir), con esta última opción teniendo un pago nulo.

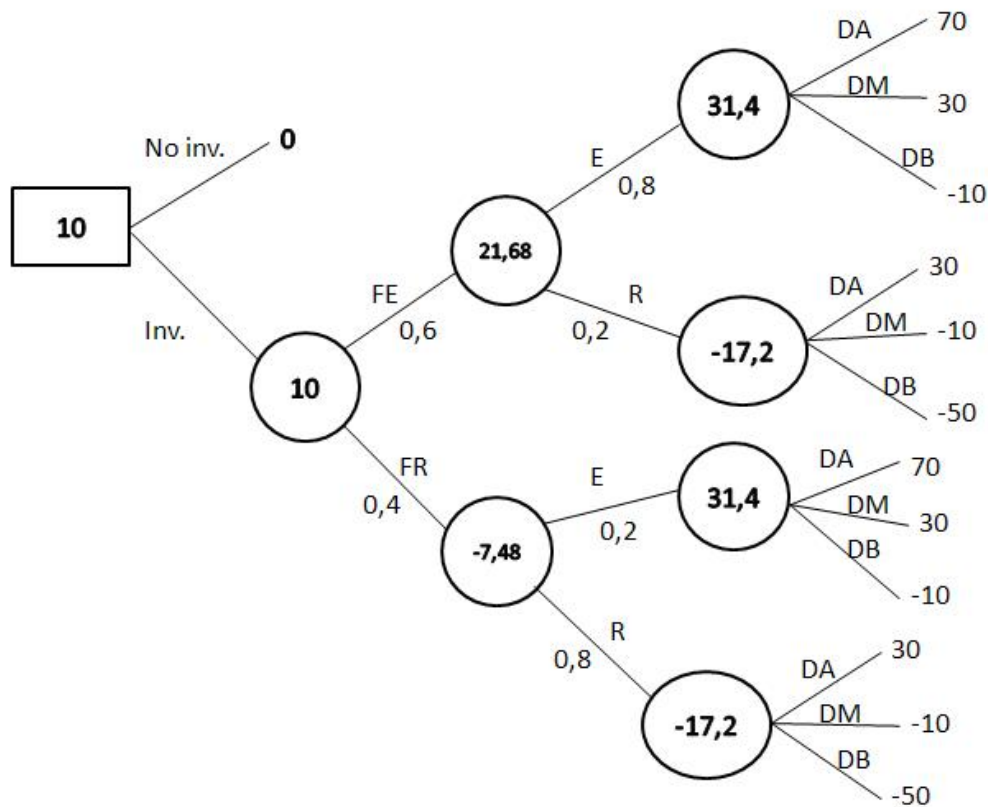


Figura 1: Árbol de decisión, con FED

- En el caso de la *opción financiera*, basta con reemplazar los pagos inferiores a $-\$5$ (que corresponden a valores de dólar inferiores al strike de $\$405$), por $-\$5$. Es decir, las pérdidas quedan acotadas.

Tomando en cuenta lo anterior, y sabiendo que las probabilidades de la parte 1 se mantienen, a partir de la Figura 3 se tiene que el pago esperado de la opción financiera es de $\$8,08$, mientras que el de la opción real es $\$11,48$. Por ende, el gerente de MANCHANA debiera estar dispuesto a pagar por las opciones un máximo de $\$8,08$ y $\$11,48$, respectivamente (ojo que las ganancias esperadas de no invertir son, en caso de que la FED prediga recesión, mayores a las de invertir sin cobertura, por lo que los valores de las opciones deben ser comparados con el máximo valor alternativo, es decir, 0).

- b) A partir de la Figura 3, se puede apreciar que los pagos de las ramas del árbol correspondientes a las opciones, se igualan cuando $strike = \$410 = \text{costo de producción}$. Es decir, para dicho valor del *strike*, el gerente de MANCHANA estaría indiferente entre cualquiera de las dos opciones.

Nota: A diferencia de la parte 1, esta vez la FED ya se pronunció sobre la situación económica que espera, por lo que no existen dos maneras de dibujar el árbol (al menos en lo que a la inclusión/exclusión de la FED se refiere). Por lo tanto, la diferencia principal radica en que los que hicieron el árbol en la primera parte como la figura 1, no necesitan recalculer el valor esperado de la exportación sin opciones; basta con eliminar la rama “FE”, como se explica en la pauta. Los demás, deben recalculer este valor, tomando en cuenta que esta vez las probabilidades asociadas a E y R son 0,2 y 0,8, respectivamente (en vez de 0,56 y 0,44).

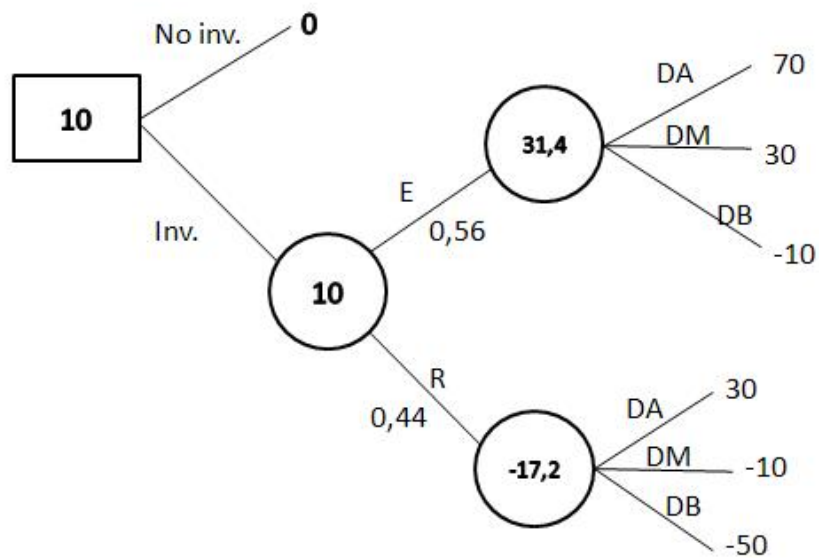


Figura 2: Árbol de decisión, sin FED (Parte 1)

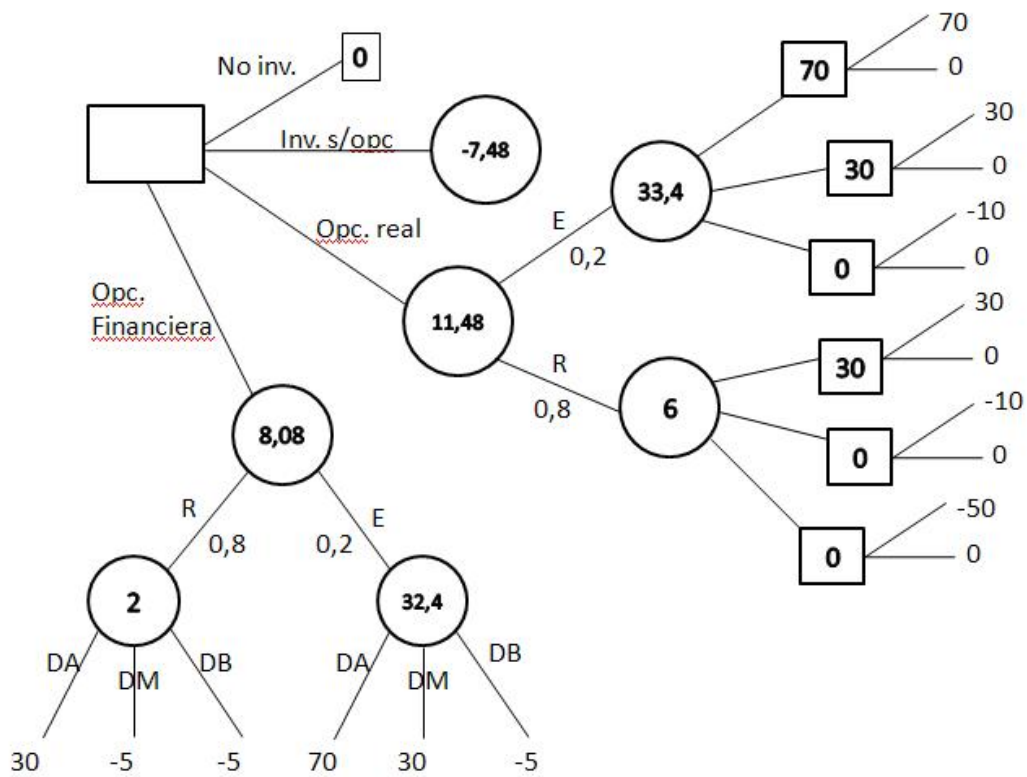


Figura 3: Comparación de alternativas (Parte 2)