Economía II

IN-41B

Profesor: Alexandre Janiak

Auxiliar: Felipe Avilés Lucero

Auxiliar 9

1. Considere las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\pi_t - \pi_{t-1} &= -\alpha(u_t - \phi)\\ u_t - u_{t-1} &= -\beta(g_{yt} - \theta)\\ g_{yt} &= g_{mt} - \pi_t\end{aligned}$$

   a) ¿Cuál es la tasa natural de desempleo en esta economía?

   b) ¿Cuál es la tasa normal de crecimiento?

   c) Obtenga las expresiones π_t y u_t en función de u_{t-1} , π_{t-1}, g_{mt}.

   d) Exprese matemáticamente como varía el desempleo ante una variación del crecimiento monetario.

   e) Reformule matemáticamente este modelo bajo el supuesto de expectativas racionales.

2. Suponga las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\pi_t - \pi_{t-1} &= -\alpha(u_t - 0{,}08)\\ u_t - u_{t-1} &= -\beta(g_{yt} - 0{,}04)\\ g_{yt} &= g_{mt} - \pi_t\end{aligned}$$

   a) ¿A qué corresponden estas ecuaciones?

   b) Interprete los parámetros α y β.

   c) Suponga que $\alpha = 1$ y $\beta = 0{,}5$, además suponga que la inflación es de un 12 % al año y se ha mantenido en este valor por los últimos 5 años ¿Cuál es la tasa de desempleo? Para mantener esta tasa de desempleo ¿Cuál debe ser la tasa de crecimiento de la producción? ¿Cuál debe ser la tasa de crecimiento de la oferta monetaria?

   d) Reemplazando (6) en (5) encuentre una expresión para u_t en función de u_{t-1}, g_{mt} y π_t.

   e) Utilizando (4) y la expresión encontrada en la respuesta anterior resuelva un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas, donde las incógnitas son u_t y π_t. Ambas son funciones de u_{t-1}, g_{mt} y π_t.

   f) Con los mismos datos que en 2*c*), ahora el Banco Central quiere reducir la inflación a 6 % y mantenerla en este nivel ¿Qué ocurrirá con la tasa de desempleo, la tasa de crecimiento del producto y la tasa de creciemito del dinero en los años t, $t+1$, $t+2$ y $t+3$.

3. Considere una economía con curva de Phillips aumentada con expectativas adaptativas:

$$\pi = \pi^e + \alpha(\mu - \bar{\mu}) \tag{1}$$

$$\dot{\mu} = -\gamma(g - \bar{g}) \qquad \left[\frac{\partial \mu}{\partial t} = \dot{\mu}\right] \tag{2}$$

$$g = \theta - \pi \tag{3}$$

$$\dot{\pi}^e = \beta(\pi - \pi^e) \qquad \left[\frac{\partial \pi^e}{\partial t} = \dot{\pi^e}\right] \tag{4}$$

donde π es la inflación, μ es la tasa de desempleo, g es la tasa de crecimiento del producto, θ es la tasa de crecimiento del dinero y π^e es la inflación esperada.

a) Interprete economicamente estas ecuaciones. Determine el signo de los parámetros del modelo.

b) Suponga que la autoridad económica sigue una regla fija, manteniendola inflación en un nivel fijo $\bar{\pi}$.
Demuestre que en este caso:

$$\bar{g} = \theta - \bar{\pi}$$

c) Ahora la autoriad busca reducir el desempleo, esta fija g en un valor $\hat{g} > \bar{g}$. ¿Qué concecuencias traerá esta política para la economía (interprete para μ y π^e)?

d) Demuestre que el sistema puede ser reducido a:

$$\dot{\mu} = -\gamma(\theta - \pi^e - \alpha(\mu - \bar{\mu}) - \bar{g})$$

$$\dot{\pi^e} = \alpha\beta(\mu - \bar{\mu})$$

e) Aplique lo aprendido es sus cursos de Cálculo. De la interpretación adecuada (matemática y económica) a la expresión $\dot{\mu} = 0$ y $\dot{\pi^e} = 0$. Resuelva este sistema para μ y π^e.

f) ¿Cuánto varía la inflación efectivamente ante cambios en la brecha del desempleo $(\mu - \bar{\mu})$ y ante cambios en la brecha del crecimiento del producto $(g - \bar{g})$? Por simplicicdad asuma $\beta = \gamma$.

g) Como los datos de π, μ y g son anuales los economistas asumen las ecuaciones en tiempo discreto de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \pi_t &= \pi_t^e + \alpha(\mu_t - \bar{\mu}) \qquad (5)\\ \mu_t &= \mu_{t-1} - \gamma(g_t - \bar{g}) \qquad (6)\\ g_t &= \theta - \pi_t \qquad (7)\\ \pi^e &= \pi_{t-1} \qquad (8) \end{aligned}$$

Simplificando la idea de expectativas adaptativas. Además, después de arduo trabajo frente al pc, estiman que: $\gamma = 0,4$, $\alpha = -1$, $\bar{\mu} = 0,06$ y $\bar{g} = 0,03$. Suponga que la inflación es de $0,1$ todos los años y que el desempleo se encuentra en su nivel natural. ¿Cuál es el valor de g y de θ?

4. Con este ejercicio queremos incorporar al corrompedor dinero al modelo de Crecimiento de Solow.
Consideraremos una tecnología Y_t, con retornos constantes a escala, productividades marginales positivas y decrecientes y que cumple con las condiciones INADA. Esta viene dada por:

$$Y_t = F(K_t, N_t)$$

la notación es la usual. Además $y = f(k)$, $y = \frac{Y}{N} \wedge k = \frac{K}{N}$.
Especifiquemos la demanda por dinero con:

$$L(pY, r, W^n) = \ell(pY, r)W^n$$

Con:

$$\ell_1 = \frac{\partial \ell}{\partial pY} > 0 \quad \ell_2 = \frac{\partial \ell}{\partial r} < 0 \quad 0 < \ell < 1$$

Donde p es el nivel de precios, r es el retorno del capital físico y W^n es el valor nominal de la riqueza pública.
Si asumimos expectativas racionales ($\pi^e = \pi$), podemos definir r como:

$$r = f'(k) + \pi$$

la tasa de retorno del capital físico es igual a la productividad marginal de este más las ganancias o pérdidas de mantener activos fijos ante cambios en el nivel de precios.
Asumiendo que los activos físicos y el dinero son los únicos activos de esta economía, podemos decir que:

$$W^n = pK + M$$

(se ignoran discrepencias entre el valor de los activos físicos y el producto corriente)

a) Asumiendo que L es linealmente homogénea en pY. Demostrar que la cantidad real de dinero per-cápita $m = \frac{M}{YN}$ viene dada por:

$$m = \lambda(k, \pi)k \quad donde \quad \lambda = \frac{\ell}{1-\ell}$$

Demuestre además que $\frac{\partial \lambda}{\partial \pi} < 0$ ¿Qué intuición trae esto?

b) Asuma que el equilibrio en el mercado de bienes puede ser descrito por:

$$\begin{aligned} Y_t &= C_t + Y_t \\ C_t &= (1-s)Y_t^D \qquad\qquad 0 < s < 1 \\ C_t &= Y_t^D - \dot{W} \end{aligned}$$

Donde $W = \frac{W^n}{p}$ y $\dot{W} = \frac{\partial W}{\partial t}$. El consumo es el ingreso disponible más la parte de la riqueza que consumo.
Asuma que $\frac{\dot{M}}{M} = \theta$ (la tasa de crecimiento del dinero es exógena y controlada por las autoridades).
Demuestre que:

$$Y_D = Y + (\theta - \pi)\frac{M}{p}$$

¿Cuál es la interpretación de esta ecuación? (Asuma que $\dot{K} = I$)

c) Demuestre que la ecuación de acumulación de capital per-cápita viene dada por:

$$\dot{k} = sf(k) - (1-s)(\theta - \pi)m - nk$$

Donde $n = \frac{\dot{N}}{N}$

d) Si usted ya se ha visto complicado, siéntese. Use todo lo aprendido y aplique las sabias enseñanzas de sus ayudantes de Cálculo II (privilegio de algunos). Analizaremos el comportamiento de $\dot{\pi}$. Para esto recuerde que:

$$m = \frac{M}{pY} \qquad\qquad m = \lambda(k,\pi)k$$

Encuentre la tasa de crecimiento de m ($\frac{\dot{m}}{m}$) y demuestre que:

$$\dot{\pi} = a(k,\pi)[(\theta - \pi - n) - b(k,\pi)\phi]$$

Donde

$$a(k,\pi) = \frac{\lambda}{\lambda_\pi} \quad b(k,\pi) = 1 + \lambda_k \frac{k}{\lambda} \quad \phi = \frac{\dot{k}}{k}$$

$$\lambda_\pi = \frac{\partial \lambda}{\partial \pi} \qquad\qquad \lambda_k = \frac{\partial \lambda}{\partial k}$$

e) Como usted no se dará cuenta aún, las ecuaciones en $\dot{k}$ *y* $\dot{\pi}$ constituyen un sistema de ecuaciones diferenciales donde la senda en el tiempo para k_t *y* π_t esta determinada.
Demuestre que en el estado estacionario se tiene que:

$$\pi^* = \theta - n$$

Donde π^* es el valor de π en el estado estacionario ($\dot{\pi} = 0$ *y* $\dot{k} = 0$)

f) Con el resultado anterior. ¿Qué sucede con el dinero per-cápita m en el estado estacionario?

g) Una vez resuelto el estado estacionario. ¿Qué implicancias trae este modelo?