Curso IN41-B2
Prof. Alexandre Janiak

Control 1: 11 de abril del 2008

Datos del estudiante
Apellidos:
Nombre:
RUT:

Pregunta 1 (20% de la nota)

Entre los diferentes métodos que un economista puede utilizar para calcular el componente cíclico de una serie, por ejemplo el PIB real, puede simplemente calcular las diferencias de los logaritmos.

1. ¿A qué se aproxima tal cálculo? Justifique su respuesta.

Se aproxima a la tasa de crecimiento. Sea X_t una variable económica, cuyo logaritmo se escribe x_t. En tiempo continuo, tenemos $dx_t = \frac{\dot{X}_t}{X_t} dt$. El termino de la derecha corresponde a la tasa de crecimiento de X_t. Al pasar de tiempo continuo a tiempo discreto esa ecuación ya no es exacta sino una aproximación. Cuanto mayor el intervalo de tiempo entre dos periodos, peor es la aproximación.

2. De dos críticas de este método.

- Al tomar diferencias, uno va a amplificar las frecuencias altas de una serie de tiempo y así agregar más ruido al ciclo.
- Una segunda crítica es que, como las diferencias utilizan datos en t y $t-1$ y no consideran información en $t+1$, este filtro es asimétrico, lo cual implica que los ciclos no van a ser sincronizados con otras variables no filtradas.

Pregunta 2 (20% de la nota)

1. Define la tasa de desempleo. En el caso de la economía chilena, cual ha sido la última estimación de esa tasa por el Instituto Nacional de Estadística?

La tasa de desempleo es el porcentaje de desocupados en la población activa. Esta última se refiere tanto a la gente que busca trabajo como a las personas que tienen trabajo. Sin embargo, excluye a esas que no tienen empleo y que tampoco están buscando. La última estimación de la tasa de desempleo en Chile es del 7.3%.

2. El ministro de Haciendo, Andrés Velasco, no consideró como grave esta última subida de la tasa de desempleo. ¿Cuál fue su razonamiento? Se puede basar sobre la respuesta a la pregunta anterior para contestar a esa.

El ministro de Haciendo piensa que la última subida de la tasa de desempleo se debe a un aumento de la oferta laboral, es decir que personas que se encontraban como inactivas se han puesto a buscar trabajo.

De esta manera se han contado como desempleadas en las estadísticas de la INE. Según el ministro esta subida no sería tan grave si se debiese a un mejoramiento de las condiciones económicas: gente que antes estaba desanimada con la búsqueda de trabajo ha vuelto a encontrar el ánimo. De hecho, si uno se fija en la evolución del empleo, este ha subido en el último mes.

Ejercicio 1: crecimiento (60% de la nota)

Consideremos dos economías, A y C, en tiempo continuo, que solo se distinguen por su stock de capital por cabeza inicial. Su tecnología no está caracterizada por progreso tecnológico y representa la función de producción siguiente:

$$F(K_t, N_t) = \frac{K_t^3}{s{N_t}^2} - 3\frac{{K_t}^2}{sN_t} + 3\frac{K_t}{s}$$

Definimos *s* como la tasa de ahorro exógena, *K* y *k* los stocks de capital agregado y *per capita* respectivamente, *N* la población (y oferta laboral inelástica) que crece a una tasa de crecimiento exógena g_n, δ la tasa de depreciación del capital.

La economía está cerrada y no hay gobierno.

Conteste a las preguntas siguientes. Todas las respuestas se deberán justificar.

1. ¿Qué implicación en términos de modelización tiene el hecho de que la economía esté cerrada y no haya gobierno?

Implica que el ahorro S es igual a la inversión I. En efecto sabemos que $Y + Q = C + I + G + X$, donde Y es el PIB, Q las importaciones, C el consumo, G el gasto público y X las exportaciones, lo cual implica $Y = C + I$ bajo el supuesto de economía cerrada y ausencia de gobierno. Por otro lado, tenemos que $Y = C + S$ si no hay impuestos. Si combinamos esta ecuación con la otra igualdad, tenemos que $I = S$.

2. ¿Cómo son los rendimientos de escala de la función de producción? ¿Por qué simplifican la modelización en teoría del crecimiento?

$$F(\lambda K_t, \lambda N_t) = \frac{\lambda^3 K_t^3}{s\lambda^2 {N_t}^2} - 3\frac{\lambda^2 {K_t}^2}{s\lambda N_t} + 3\frac{\lambda K_t}{s} = \lambda\frac{K_t^3}{s{N_t}^2} - 3\lambda\frac{{K_t}^2}{sN_t} + 3\lambda\frac{K_t}{s} = \lambda F(K_t, N_t)$$

Los rendimientos de escala son constantes. Eso facilita la modelización porque permite tener relaciones directas entre las variables *per capita* y olvidarnos así de la población en la economía. Por ejemplo, el PIB por cabeza es función del stock de capital por cabeza:

$$y = \frac{F(K_t, N_t)}{N_t} = F\left(\frac{K_t}{N_t}, \frac{N_t}{N_t}\right) = F(k_t, 1) = f(k_t)$$

3. Calcule la función de producción *per capita* en términos de *k*.

Como $y = F(k_t, 1)$ según nuestra respuesta a la pregunta anterior, tenemos $y = \frac{k_t^3}{s} - 3\frac{{k_t}^2}{s} + 3\frac{k_t}{s}$.

4. Derive la ecuación diferencial que describe la evolución del stock de capital *per capita*. Coméntela.

Podemos calcular la variación del stock de capital por cabeza de la manera siguiente:

$$\dot{k}_t = \frac{d\left(\frac{K_t}{N_t}\right)}{dt}$$

$$\dot{k}_t = \frac{\dot{K}_t N_t - K_t \dot{N}_t}{N_t^2}$$

$$\dot{k}_t = \frac{\dot{K}_t}{N_t} - \frac{k_t \dot{N}_t}{N_t}$$

Como la tasa de crecimiento de la población es g_n y que la variación del stock de capital agregado es la inversión neta de la depreciación del capital, tenemos

$$\dot{k}_t = \frac{I - \delta K_t}{N_t} - k_t g_n$$

Como la inversión es igual al ahorro y este mismo es una proporción fija s del output:

$$\dot{k}_t = \frac{sY}{N_t} - k_t(g_n + \delta)$$

Basándonos en nuestra repuesta a la pregunta anterior, tenemos

$$\dot{k}_t = \frac{sf(k_t)}{N_t} - k_t(g_n + \delta)$$

$$\dot{k}_t = s\left(\frac{k_t^3}{s} - 3\frac{{k_t}^2}{s} + 3\frac{k_t}{s}\right) - k_t(g_n + \delta) = k_t^3 - 3{k_t}^2 + 3k_t - k_t(g_n + \delta)$$

Esta ecuación – más bien la anterior – nos dice simplemente que el stock de capital *per capita* aumenta con la inversión *per capita* y disminuye con su depreciación. Esta última afirmación se debe a dos efectos: (1) el crecimiento de la población, cuanto más rápido crece la población, más alta tiene que ser la inversión para mantener el stock constante, (2) la depreciación física del capital.

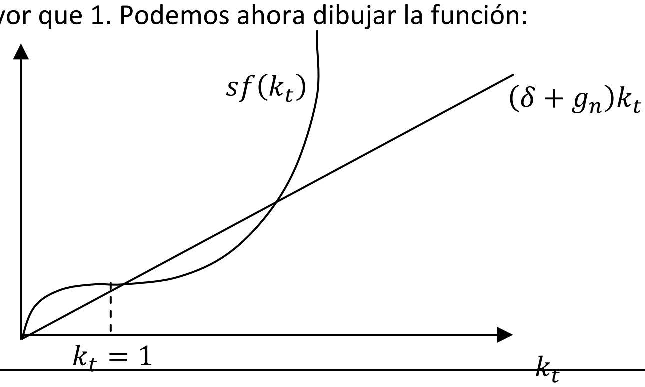
5. Represente en una gráfica la depreciación del capital por cabeza en función de *k* así como la inversión por cabeza.

Primero, necesitamos estudiar la inversión por cabeza $i(k_t) = k_t^3 - 3{k_t}^2 + 3k_t$ para poder dibujarla. Los puntos donde se iguala la derivada a cero con característicos:

$i'(k_t) = 3k_t^2 - 6k_t + 3 \Rightarrow i'(k_t) = 0$ si $k_t^2 - 2k_t + 1 = 0$, es decir si $k_t = 1$. Note también que la derivada nunca es negativa.

Otros valores característicos son $i(0) = 0$ y $i(1) = 1$. La derivada segunda es

$i''(k_t) = 6k_t - 6 \Rightarrow i''(k_t) > 0$ si $k_t > 1$. La función es cóncava si el capital es menor que 1 y convexa si es mayor que 1. Podemos ahora dibujar la función:



6. Mostre que una economía con la estructura descrita arriba está caracterizada por más de un estado estacionario. De el valor por cabeza del capital y de la producción para cada estado estacionario en el caso de que $g_n = \delta = 0.5$ ¿Son estables? ¿Inestables?

La gráfica anterior muestra que inversión y depreciación se cortan en tres puntos. Entonces hay tres estados estacionarios puesto que en estos puntos $\dot{k}_t = 0$. Los valores del capital para estos estados se obtienen igualando la variación del capital a cero:
$\dot{k}_t = 0 \Rightarrow k_t^3 - 3{k_t}^2 + 3k_t - k_t(g_n + \delta) = k_t^3 - 3{k_t}^2 + 2k_t = k_t(k_t^2 - 3k_t + 2) = 0$, es decir si $k_t = 0$, o $k_t = 1$, o $k_t = 2$. Estos tres valores corresponden a un nivel de producción por cabeza de 0, $\frac{1}{s}$ y $\frac{2}{s}$ respectivamente.
Un estado estacionario es estable si la inversión es mayor que la depreciación cuando tenemos un stock de capital por cabeza justo por debajo del nivel que tendríamos en ese estado y es menor cuando el stock está justo por encima. En el caso contrario, el estado estacionario es inestable. Esto implica que el estado es estable si si $k_t = 1$ y es inestable si $k_t = 0$, o $k_t = 2$.

7. El stock de capital inicial *per capita* en la economía A es 1.5 y 3 en la economía C.
    a. En el largo plazo, ¿cuál es el valor del stock de capital por cabeza en la economía A *ceteris paribus*? ¿Cuál es la tasa de crecimiento del PIB real *ceteris paribus*?

    Si $1 < k_t < 2$, la inversión es menor que la depreciación y el stock de capital por cabeza converge a un valor de 1. Entonces, el valor del stock de capital por cabeza converge hacia 1 en la economía A, es decir que $\frac{K}{N} = 1$ en el largo plazo. Puesto que N crece a una tasa de g_n, si $\frac{K}{N}$ es constante, K tiene que crecer a un ritmo del g_n en el largo plazo.

    b. En el caso de la economía C, ¿podemos determinar el valor por cabeza del stock de capital y de la producción en el largo plazo?

    Sin embargo, $\forall\, k_t > 2$, la inversión es mayor que la depreciación, lo cual implica que el stock de capital por cabeza en la economía C tiende hacia infinito en el largo plazo. Y si el capital *per capita* tiende hacia el infinito, lo mismo se puede decir de la producción.

8. En economía del desarrollo, algunos hablan de trampa de pobreza para describir la situación de algunos países del Tercer Mundo. ¿Cómo el modelo que acaba de analizar permite entender mejor este concepto?

El modelo que hemos analizado describe el caso de dos economías, *A* y *C*. La economía A tiene una producción por cabeza que tiende hacia un valor constante, mientras que la economía *C* ve su producción crecer para siempre. Podríamos decir entonces que la economía *A* ha caído en una trampa de pobreza, mientras que no ha sido el caso de la economía *C*. Por haber tenido la mala suerte de tener un stock de capital inicial demasiado bajo, la economía A se ubica en una región de su función de producción donde los rendimientos de escala del capital son decrecientes. Eso implica que la inversión es menor que la depreciación del capital, mientras que la economía C ha sido más afortunada y se encontraba en una región donde los rendimientos de escala del capital son crecientes.

9. Los mismos economistas critican a algunos organismos internacionales en su manera de ayudar a los países en vía de desarrollo. Consideran que donarles pequeñas cantidades de dinero cada año no les ayuda a salir del subdesarrollo, sino que deberían donar una cantidad enorme de dinero en una sola vez. ¿Porqué tal afirmación?

Una manera de sacar a la economía *A* de la trampa de pobreza es aumentar su stock de capital por cabeza más allá del punto caracterizado por el segundo estado estacionario inestable. Si le donamos pequeñas cantidades de dinero cada año, es decir si le damos una cantidad de capital menor que 1, entonces seguirá cada año en la trampa y volverá hacia el punto donde el stock de capital por cabeza es 1. Sin embargo, si le donamos una cantidad mayor que uno, entonces su inversión será de repente mayor que la depreciación y se pondrá a crecer.